





الاسم : .....

الفصل : .....

المدرسة : .....

---

## تأليف

أ.د/ أحمد كامل الخولي

أ/ كمال يونس كبشة

---

## مراجعة

أ/ فتحى أحمد شحاته

أ/ سمير محمد سعداوى

الطبعة الأولى ٢٠١٦/٢٠١٧

رقم الإيداع ٨٧٠١ / ٢٠١٦

الرقم الدولي 5 - 029 - 706 - 977 - 978

## بسم الله الرحمن الرحيم

يسعدنا ونحن نقدم هذا الكتاب أن نوضح الفلسفة التي تم في ضوئها بناء المادة التعليمية ونوجزها فيما يلي:

- ١ تنمية وحدة المعرفة وتكاملها في الرياضيات، ودمج المفاهيم والترابط بين كل مجالات الرياضيات المدرسية.
- ٢ تزويد المتعلم بما هو وظيفي من معلومات ومفاهيم وخطط لحل المشكلات.
- ٣ تبني مدخل المعايير القومية للتعليم في مصر والمستويات التعليمية وذلك من خلال:
  - أ) تحديد ما ينبغي على المتعلم أن يتعلمه ولماذا يتعلمه.
  - ب) تحديد مخرجات التعلم بدقة، وقد ركزت على ما يلي:
    - أن يظل تعلم الرياضيات هدف يسعى المتعلم لتحقيقه طوال حياته - أن يكون المتعلم محباً للرياضيات ومبادراً بدراستها - أن يكون المتعلم قادراً على العمل منفرداً أو ضمن فريق - أن يكون المتعلم نشطاً ومثابراً ومواظباً ومبتكراً - أن يكون المتعلم قادراً على التواصل بلغة الرياضيات.
- ٤ اقتراح أساليب وطرق للتدريس وذلك من خلال كتاب (دليل المعلم).
- ٥ اقتراح أنشطة متنوعة تتناسب مع المحتوى ليختار المتعلم النشاط الملائم له.
- ٦ احترام الرياضيات واحترام المساهمات الإنسانية منها على مستوى العالم والأمة والوطن، وتعرف مساهمات وإنجازات العلماء المسلمين والعرب والأجانب.

**وأخيراً .. نتمنى أن نكون قد وفقنا في إنجاز هذا العمل لما فيه خير لأولادنا، ولمصرنا العزيزة.**

**والله من وراء القصد، وهو يهdy إلى سواء السبيل**



# المحتويات

## الوحدة الأولى: الارتباط والانحدار

٤	١ - ١	الارتباط
١٦	١ - ٢	الانحدار
٢٦		ملخص الوحدة
٢٧		تمارين عامة
٢٩		اختبار تراكمي

## الوحدة الثانية: الاحتمال الشرطي

٣٢	١ - ٢	الاحتمال الشرطي
٤١	٢ - ٢	الأحداث المستقلة
٤٨		ملخص الوحدة
٤٩		تمارين عامة
٥١		اختبار تراكمي



# المحتويات

## الوحدة الثالثة: المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

١ - ٢	المتغير العشوائي المتقطع	٥٤
٢ - ٢	التوقع (الوسط) والتباين للمتغير العشوائي المتقطع	٦١
٢ - ٢	دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل	٦٨
	ملخص الوحدة	٧٣
	تمارين عامة	٧٥
	اختبار تراكمي	٧٧

## الوحدة الرابعة: التوزيع الطبيعي

١ - ٤	التوزيع الطبيعي	٨٠
٢ - ٤	بعض التطبيقات العملية للتوزيع الطبيعي	٩٤
	ملخص الوحدة	١٠٠
	تمارين عامة	١٠١
	اختبار تراكمي	١٠٣
	اختبارات عامة	١٠٥



# الارتباط والانحدار

## Correlation and Regression

### الوحدة

١

#### مقدمة الوحدة

الإحصاء (Statistics) هو أحد فروع الرياضيات المهمة ذات التطبيقات المتعددة حيث تهتم بجمع وتمثيل البيانات واختزالها في صورة مؤشرات رقمية لوصف وقياس ملامحها الأساسية وتحليلها؛ بغرض اتخاذ القرارات المناسبة لما لها من أهمية تطبيقية واسعة في شتى مجالات العلوم الفيزيائية والإنسانية والاقتصادية والاجتماعية وغيرها.

وتهتم هذه الوحدة بتحليل البيانات ذات المتغيرين وبدراسة درجة واتجاه العلاقة بين المتغيرين وشكل هذه العلاقة، فتهتم في البداية بدراسة الارتباط (correlation) الذي يكشف عن درجة وقوة العلاقة بين متغيرين وقد تتخذ هذه العلاقة الشكل طردياً أو عكسياً، ومن الجدير بالذكر أن الارتباط يدرس العلاقة واتجاهها بين متغير وآخر، إلا أنه يجب أن ندرك بأن هذه العلاقة لا تدل على السببية أو العلية، فهي لا تدل على وجود أثر لمتغير على آخر كما سيتضح من خلال الدرس الأول في هذه الوحدة. كما نتناول هذه الوحدة أيضاً دراسة الانحدار الخطي البسيط (Linear regression) الذي يهتم بتقدير شكل هذه العلاقة والذي يمكن من خلاله التنبؤ بقيمة المتغير التابع إذا علمنا قيمة المتغير المستقل، وتزداد دقته كلما كانت العينة مختارة بشكل عشوائي، وسوف نتناول في هذه الوحدة بعض التقنيات الحديثة من آلات حاسبة علمية وبرامج إحصائية للحاسوب (مثل برنامج SPSS) في إجراء الحسابات والقيام بالرسوم البيانية الخاصة بالارتباط والانحدار الخطي بين ظاهرتين.

#### أهداف الوحدة



في نهاية الوحدة وبعد تنفيذ الأنشطة فيها من المتوقع أن يكون الطالب قادراً على أن:

- يتعرف معنى الارتباط بين متغيرين.
- يحسب معامل الارتباط بين متغيرين بطرق مختلفة (طريقة بيرسون - طريقة سيرمان) ويفسر معناها رياضياً.
- يفهم معنى خط الانحدار، ويقدر أهميته في دراسة العلاقة بين متغيرين.
- يمثل العلاقة بين متغيرين في مستوى كارنيزي، ويحكم من خلالها على وجود وقوة العلاقة.
- يتعرف معنى معامل الانحدار الخطي ويفسر ما يمكن أن يستدل عليه بمعرفة قيمة هذا المعامل.
- يُوجد معادلة خط انحدار أي من المتغيرين على الآخر بطريقة المربعات الصغرى.
- يستخدم الآلة الحاسبة والحاسوب في إجراء العمليات الحسابية والقيام بالرسوم البيانية الخاصة بكل من الارتباط والانحدار الخطي بين ظاهرتين.
- يستخدم معادلة خط انحدار معطاة في التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعلومية القيمة المناظرة للمتغير الآخر.
- يطبق الارتباط والانحدار الخطي في مواقف بحثية.
- يقدر إسهامات استخدام الارتباط والانحدار الخطي في حل مشكلات حياتية ومجتمعية.



## المصطلحات الأساسية

الارتباط	Correlation	ارتباط عكسي	Inverse Correlation	معامل ارتباط سبيرمان	Spearman Correlation Coefficient
الانحدار	Regression	شكل الانتشار	Scatter diagram	خط الانحدار	Regression Line
الارتباط الخطي	Linear Correlation	معامل ارتباط بيرسون	Pearson Correlation Coefficient	المربعات الصغرى	Least Square
معامل الارتباط	Correlation Coefficient				
ارتباط طردى	Direct Correlation				

## الأدوات والوسائل

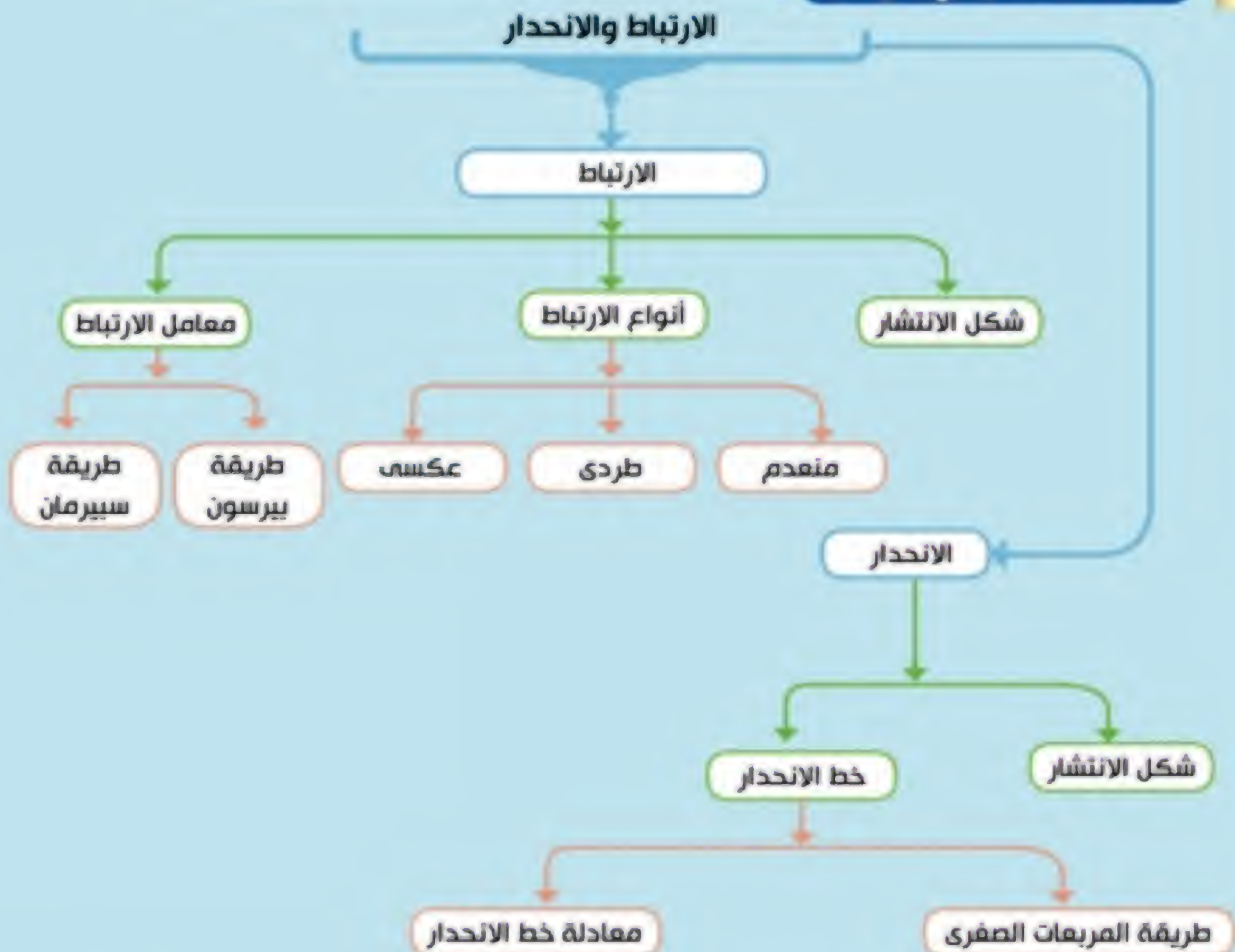
آلة حاسبة علمية - برنامج الإكسل - برنامج spss

## دروس الوحدة

الدرس (١ - ١) = الارتباط.

الدرس (١ - ٢) = الانحدار.

## مخطط تنظيمي للوحدة





# الارتباط

## Correlation

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

Scatter diagram	شكل الانتشار	Correlation	الارتباط	معامل الارتباط الخطي	تعريف الارتباط
	معامل ارتباط بيرسون	Linear Correlation	الارتباط الخطي	ليرسون	شكل الانتشار
Pearson Correlation Coefficient			معامل الارتباط	معامل ارتباط الرتب	الارتباط الطردى والارتباط
	معامل ارتباط سيرمان (الرتب)	Correlation Coefficient		ليرمان	العكسي
Spearman's coefficient correlation		Direct Correlation	ارتباط طردى		معامل الارتباط الخطي
		Inverse Correlation	ارتباط عكسي		

### مقدمة:

سبق أن درست في الإحصاء كيفية وصف مجموعة من البيانات التي تمثل ظاهرة وذلك باستخدام بعض المقاييس الإحصائية مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومعامل الاختلاف، وفي هذا الدرس سوف تدرس كيفية وصف مفردات ظاهرتين مختلفتين من حيث العلاقة بينهما، بمعنى إذا تغير أحد المتغيرين في اتجاه معين (بالزيادة أو النقصان) فإن المتغير الآخر يميل إلى التغير في اتجاه معين أيضًا بالزيادة أو النقصان، ويُسمى الارتباط في هذه الحالة ارتباطًا طرديًا، وإذا تغير أحد المتغيرين نحو الزيادة اتجه الآخر نحو النقصان، والعكس صحيح، ويُسمى الارتباط في هذه الحالة ارتباطًا عكسيًا.

### الارتباط:

### فكر و ناقش

تأمل الأمثلة الآتية ودون ملاحظاتك عليها:

١- العلاقة بين طول ضلع المربع ومساحته.

٢- العلاقة بين الإصابة بضغط الدم والعمر.

٣- زيادة سعر الوحدة من سلعة ما ومدى الطلب على شرائها.

٤- انخفاض درجة الحرارة ومدى الطلب على استهلاك الوقود.

٥- العلاقة بين الارتفاع عن سطح البحر وارتفاع درجة الحرارة.

### نلاحظ من الأمثلة السابقة أن:

المتغيرين المرتبطين يتغيران بنفس الاتجاه، أي إن زيادة أو نقصان أحدهما يؤدي إلى زيادة أو نقصان الآخر كما في الأمثلة ١، ٢، ٣ ويقال إن الارتباط بينهما موجب (طردي).



نلاحظ في المثالين (٤)، (٥) أن المتغيرين المرتبطين يتغيران باتجاه مُعاكس، فالزيادة أو النقصان في أحدهما تؤدي إلى نقصان أو زيادة في الآخر، عندئذ يقال إن الارتباط بينهما سالب (عكسي).

**تعريف** الارتباط هو طريقة إحصائية يمكن من خلالها تحديد درجة ونوع العلاقة بين متغيرين.

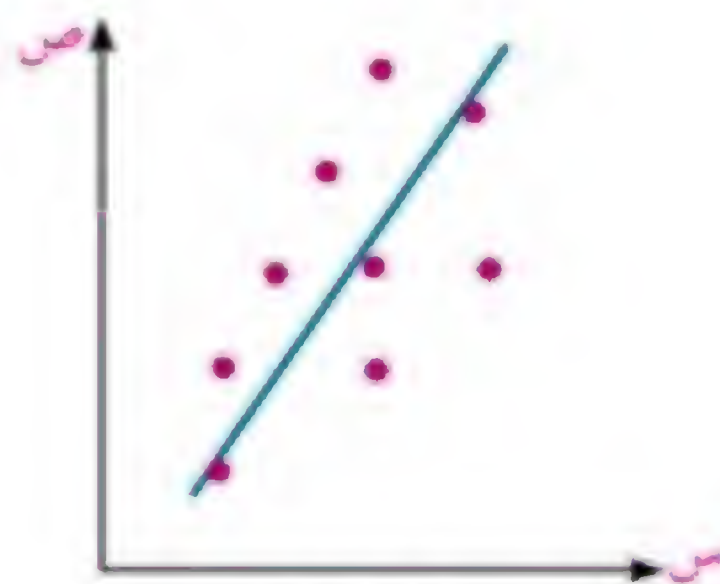
والعلاقة بين متغيرين تتراوح من الدرجة القوية إلى الدرجة الضعيفة، فعندما تكون العلاقة قوية فإن ذلك يعني أن معرفة قيمة أحد المتغيرين يساعد في التنبؤ بقيمة المتغير الآخر، وعندما تكون العلاقة ضعيفة فإن ذلك يعني أن معرفة أحد المتغيرين لا يساعد في التنبؤ بقيمة المتغير الآخر. أن إحدى الطرق المهمة التي تساعدنا على التعرف على درجة العلاقة ونوعها بين متغيرين هي تحديد شكل الانتشار.

Scatter diagram

**شكل الانتشار:**

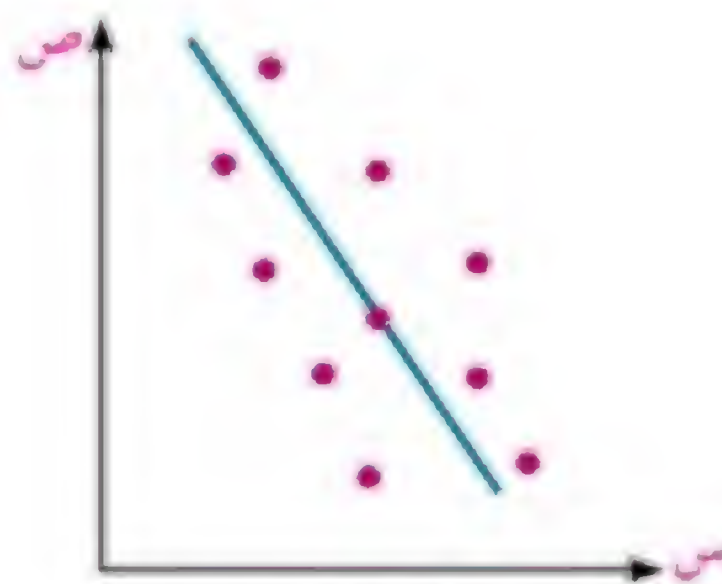
**تعريف** شكل الانتشار هو تمثيل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س، ص) لوصف العلاقة بين متغيرين.

إذا رمزنا للظاهرة الأولى بالرمز (س) والظاهرة الثانية بالرمز (ص) فإن الأشكال التالية توضح العلاقة بين س، ص، والتي توضح شكل الانتشار



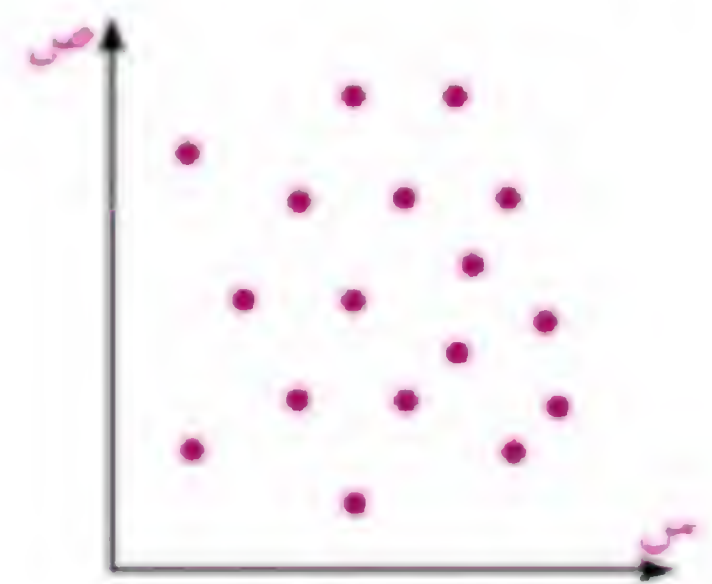
شكل (٣)

يوجد ارتباط خطي طردي



شكل (٢)

يوجد ارتباط خطي عكسي



شكل (١)

لا يوجد ارتباط

Linear Correlation

**الارتباط الخطي:**

**تعريف** يعرف الارتباط الخطي البسيط بأنه مقياس لدرجة العلاقة بين متغيرين.

**نشاط**



ارسم شكل الانتشار لكل من البيانات الآتية ثم اذكر نوع العلاقة التي تعبر عن تلك البيانات.

١٥	١١	٨	٧	٤	٣	س	٢
١٦	١٧	١٨	٢٠	٢٢	٢٣	ص	

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	س	١
٢٣	٢١	١٨	١٧	١٤	١٣	ص	



٢	س	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٦
ص	١٤	٧	٢٠	٦	١٢	١٠	

### Correlation Coefficient

### معامل الارتباط

معامل الارتباط يرمز له بالرمز (س) وهو عبارة عن مقياس كمي نسبي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين حيث  $-1 \leq س \leq 1$ ، ويقال إن الارتباط **طردى تام** إذا كان معامل الارتباط  $س = 1$ ، ويقال إن **الارتباط عكسى تام** إذا كان معامل الارتباط  $س = -1$ ، وينعدم الارتباط عندما  $س = 0$ .

### ونلاحظ أن:



كلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من العدد 1 كان الارتباط الطردى بين المتغيرين قوياً، وكلما اقتربت قيمته إلى الصفر كان الارتباط الطردى ضعيفاً، وينطبق نفس القول على الارتباط العكسى. والشكل المجاور يوضح ذلك.

### تعبير شفهي: اختيار من متعدد:

معامل الارتباط الطردى الأقوى فيما يلى هو:

- أ - ٠,٨      ب - ٠,٥      ج - ٠,٤      د - ٠,٧

### Pearson Correlation coefficient

### معامل ارتباط بيرسون

نفرض لدينا مجموعة مكونة من (ن) فرداً وحصلنا من هؤلاء الأفراد على بيانات عن قيم متغيرين س، ص فتكون البيانات أن التى لدينا على الصورة:

قيمة المتغير الأول س: س<sub>١</sub> ، س<sub>٢</sub> ، س<sub>٣</sub> ، ..... ، س<sub>ن</sub>

قيمة المتغير الثانى ص: ص<sub>١</sub> ، ص<sub>٢</sub> ، ص<sub>٣</sub> ، ..... ، ص<sub>ن</sub>

إذا رمزنا لمعامل الارتباط بالرمز (س)، فإن معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص أو معامل الارتباط الخطى يمكن إيجاداه من العلاقة:

$$س = \frac{\sum (س \times ص) - \frac{(\sum س)(\sum ص)}{ن}}{\sqrt{\sum س^2 - \frac{(\sum س)^2}{ن}} \sqrt{\sum ص^2 - \frac{(\sum ص)^2}{ن}}}$$

حيث: "ن" رمز التجميع وتقرأ مجموع.

ن ترمز الى عدد المفردات ،

$$\sum س = س_١ + س_٢ + س_٣ + ..... + س_ن$$

$$\sum ص = ص_١ + ص_٢ + ص_٣ + ..... + ص_ن$$

$$\sum س \times ص = س_١ \times ص_١ + س_٢ \times ص_٢ + س_٣ \times ص_٣ + ..... + س_ن \times ص_ن$$

$$\sum س^٢ = س_١^٢ + س_٢^٢ + س_٣^٢ + ..... + س_ن^٢$$

$$\sum ص^٢ = ص_١^٢ + ص_٢^٢ + ص_٣^٢ + ..... + ص_ن^٢$$



## مثال

١ الجدول التالي يبين الدرجات التي حصل عليها عشرة طلاب في مادتي التاريخ والجغرافيا:

التاريخ س	٧٥	٨٠	٩٣	٦٥	٨٧	٧١	٩٨	٦٩	٨٤	٧٨
الجغرافيا س	٨٢	٧٨	٨٦	٧٢	٩١	٨٠	٩٥	٧٣	٨٩	٧٤

والمطلوب حساب معامل ارتباط بيرسون بين س، ص وتحديد نوع الارتباط.

## الحل

نكوّن الجدول التالي:

س	ص	س <sup>٢</sup>	ص <sup>٢</sup>	س ص
٧٥	٨٢	٥٦٢٥	٦٧٢٤	٦١٥٠
٨٠	٧٨	٦٤٠٠	٦٠٨٤	٦٢٤٠
٩٣	٨٦	٨٦٤٩	٧٣٩٦	٧٩٩٨
٦٥	٧٢	٤٢٢٥	٥١٨٤	٤٦٨٠
٨٧	٩١	٧٥٦٩	٨٢٨١	٧٩١٧
٧١	٨٠	٥٠٤١	٦٤٠٠	٥٦٨٠
٩٨	٩٥	٩٦٠٤	٩٠٢٥	٩٣١٠
٦٩	٧٣	٤٧٦١	٥٣٢٩	٥٠٣٧
٨٤	٨٩	٧٠٥٦	٧٩٢١	٧٤٧٦
٧٨	٧٤	٦٠٨٤	٥٤٧٦	٥٧٧٢
Σ س	Σ ص	Σ س <sup>٢</sup>	Σ ص <sup>٢</sup>	Σ س ص
٨٠٠	٨٢٠	٦٥٠١٤	٦٧٨٢٠	٦٦٢٦٠

$$r = \frac{n \sum س ص - (\sum س)(\sum ص)}{\sqrt{[n \sum س^2 - (\sum س)^2][n \sum ص^2 - (\sum ص)^2]}}$$

$$r = \frac{(800 \times 820) - 66260 \times 10}{\sqrt{[8000 - 65014 \times 10] \sqrt{[8200 - 67820 \times 10]}}} = 0,8606$$

$$r = \frac{606}{\sqrt{10140} \sqrt{5800}} \approx 0,8606$$

والارتباط طردي .

## ٢ حاول ان تحل

١ من بيانات الجدول الآتي:

س	٣٠	٢٣	٢٤	٢٥	٢٨	٣٠
ص	٣٥	٣١	٣٠	٢٧	٢٩	٢٨

احسب معامل ارتباط بيرسون " الخطي " بين س، ص وحدد نوعه.



### استخدام الآلة الحاسبة العلمية:

تدعم الكثير من الآلات الحاسبة العلمية الموجودة بالأسواق إيجاد نواتج الأعمدة الموجودة في الجدول السابق وحساب معامل الارتباط كالآتي:

❗ تهيئة الآلة الحاسبة لنظام الإحصاء:

وذلك بالضغط على: **MODE** ثم **3**

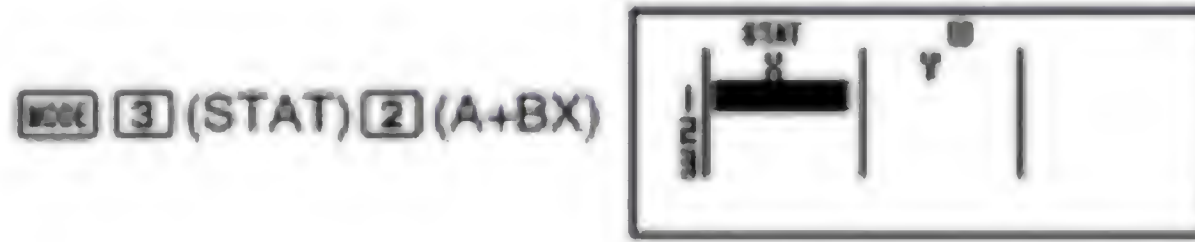
Statistical and regression calculations | **MODE** **3** (STAT)

نختار من القائمة المنسدلة:

Paired-variable (X, Y), linear regression ( $y = A + Bx$ ) | **2** (A+BX)

❗ إدخال البيانات:

نملأ الجدول المبين بالشكل لجميع قيم  $(x, y)$  وذلك بكتابة العدد الموجود في جدول **=** وبعد الانتهاء من كتابته نضغط حتى الانتهاء من كتابة جميع قيم  $(x, y)$



❗ استدعاء النواتج:

نضغط على المفاتيح: **(STAT)** **1** **SHIFT** فتعطي منها: 3:sum ونختار من هذه القائمة كلاً من:

1:  $\Sigma x^2$  ، 2:  $\Sigma x$  ، 3:  $\Sigma y^2$  ، 4:  $\Sigma y$  ، 5:  $\Sigma xy$

وذلك بالضغط على المفاتيح من 1 إلى 5 كل على حدة.

إيجاد معامل الارتباط (r) نضغط المفاتيح التالية:

(STAT) ومن القائمة المنسدلة نضغط: 5: Reg

ومن القائمة المنسدلة نضغط: 3: r فيعطي ناتج معامل الارتباط المطلوب بين المتغيرين  $x, y$

### نشاط



استخدم الآلة الحاسبة للتحقق من صحة حل المثال السابق.

### برنامج SPSS الإحصائي

برنامج (spss) هو اختصار (Statistical package for social sciences) وهو ما يعني الحزم الإحصائية للعلوم الاجتماعية ، وبرنامج spss هو عبارة عن مجموعة من الحزم أو بيانات حسابية شاملة للقيام بتحليل هذه البيانات ، ويتم استخدام هذا البرنامج في الأبحاث العلمية التي تحتوي على بيانات رقمية .

يستطيع البرنامج القيام بقراءة كافة البيانات من كافة أنواع الملفات وتحليلها واستخراج النتائج والتقارير الإحصائية، والبرنامج يتيح للمستخدم تحرير البيانات وتعديلها في شكل متغيرات وبيانات جديدة باستخدام معادلة ، وكذلك حفظ البيانات في ملفات وتسميتها أو تعديل أسماء ملفات البيانات ، أو استرجاع البيانات والملفات والمشاهدات ،



وذلك من خلال التحكم في قائمة من الأوامر والخيارات المتاحة في البرنامج ، لتشمل كافة مراحل تحليل البيانات والعملية الإحصائية من خلال أربع خطوات هي :

- ١ - ترميز البيانات .
- ٢ - وضع البيانات في البرنامج .
- ٣ - انتقاء الشكل المناسب واختبار البيانات وتحليلها .
- ٤ - تحديد البيانات المتغيرة المراد تحليلها وتحقيق عملية الإحصاء .

### تشغيل برنامج spss :

يتم فتح وتشغيل برنامج spss عن طريق الضغط على نافذة ابدأ (Start) الموجودة في القائمة الرئيسية ، ثم نقم بالذهاب الى قائمة البرامج (Program) ، والبحث عن برنامج spss ونضغط علي مرتين ليفتح البرنامج

### مكونات البرنامج ووظائفها:

#### لائحة الأوامر (Sntiocnd Funammoc):

وهو عبارة عن شريط الأوامر الخاصة بعمل البرنامج ، حيث يمكن للمستخدم اختيار الامر الذي يريده عن طريق الضغط على ايقونة كل أمر احصائي وبالتالي تعرض النتيجة في لائحة التقارير ، ولائحة الأوامر تشمل عدد تسع أوامر رئيسية والتي عند الضغط عليها يتفرع منها عدد من الأوامر فرعية ، بخلاف ايقونة مساعدة (Help).

#### بيئة عرض البيانات (Data View):

هي عبارة عن بيئة يقوم المستخدم بالتحكم في إضافة البيانات التابعة لكل متغير أو إلغائها ، حيث يقوم المستخدم بإيداع أي متغير مستقل في عمود (Column) على شاشة البيانات، حيث يستطيع المستخدم التحويل لعرض ومشاهدة المتغيرات عن طريق الضغط والتنقل بين الأمرين (Data View) و (Variable View)، الموجودين أسفل يسار شاشة المتغيرات.

#### شاشة المتغيرات :

شاشة تعريف البيانات المتغيرة ، والتي تحتوي على أعمدة متوازية ، حيث يحتوي كلم عمود (Column) على البيانات الخاصة بكل متغير ، ولعرض تعريف كل متغير ، يقوم لمستخدم بالضغط بزر الماوس مرتين (Double Click) ، أو يمكنه الضغط على الأمر (Variable View) الموجود أسفل يسار شاشة التعريفات ، وعندها يتغير شكل الشاشة ويظهر شريط عناوين :

الاسم -	Name	النوع -	Type
الحجم -	Width	الترميز -	Values

وعند الضغط عليه يظهر الترميز ، ومن ثم نضغط على زر (Add) لعرض قيمة الرمز والوضع .

### خطوات يمكن للمستخدم التحكم فيها :

(١) إمكانية استرجاع البيانات السابقة : يمكن التحكم في استرجاع البيانات والملفات عن طريق الضغط على

زر ملف (File) ثم الضغط على الأمر فتح (Open) ثم يقوم المستخدم باختيار الملف الذي يحتوي على البيانات المراد استرجاعها والتي تشمل التقارير الإحصائية التي تم عملها مسبقا ثم الضغط على حفظ (Save) .

(٢) حفظ المتغيرات الجديد في ملف : يمكن للمستخدم حفظ المتغيرات في ملف ، عن طرق الضغط على الامر (Save) أو الامر (Save as) ليتم الحفظ وإعطاء الملف الجديد الاسم الذي يختاره .



(٣) إضافة التعديلات وإدارة المتغيرات : يقوم المستخدم الذهاب الى نافذة محرر البيانات (Data Editor) وإضافة

البيانات التي يريد ، حيث يستطيع :

✍ تعديل قيمة البيانات .

✍ تعريف المتغيرات ، من تحديد نوعية البيانات التي تم إضافتها ، والمؤشرات الاقتصادية وكافة المتغيرات.

(٤) يستطيع المستخدم إضافة متغير جديد ، وعرض ومشاهدة ترتيب المشاهدات التي حدثت عن طريق استخدام الأمر

الرئيسي (Data) ثم اتباع كل تغير يريد من إضافة متغير أو إضافة مشاهدة جديدة أو تعديل ترتيب البيانات .

(٥) تكوين متغير جديد كلياً عن طريق استخدام معادلة ، حيث يذهب الى القائمة الرئيسية (Transform) ، ثم

الانتقال إلى المربع الجانبي (Compute) وبعد ذلك يقوم بتحديد اسم المتغير الجديد في قائمة (Targer Variable)

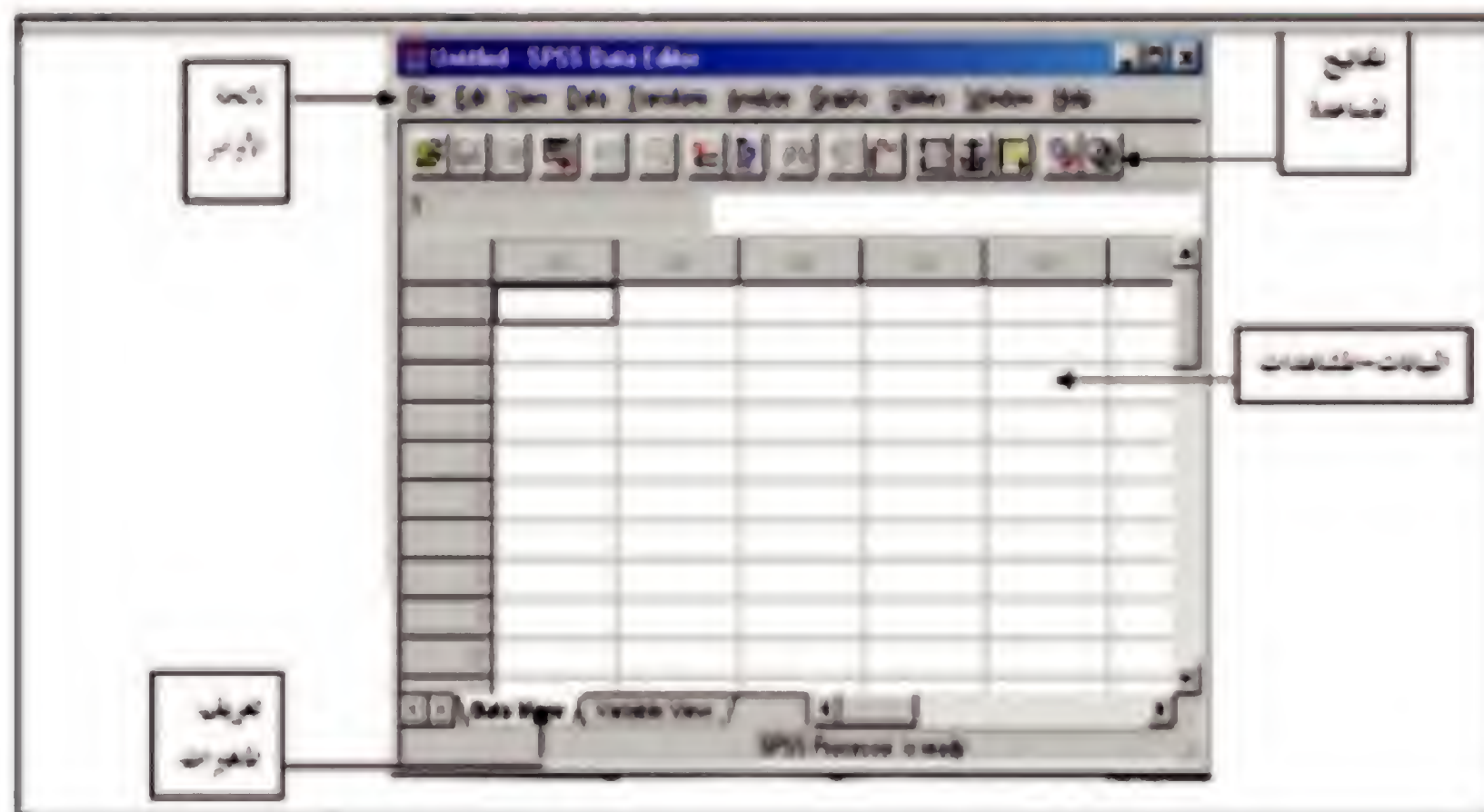
(٦) إمكانية إلغاء أي متغير أو إلغاء مشاهدة .

(٧) ترتيب المشاهدات ، حيث يقوم البرنامج بإنشاء متغير جديد يحتوي على رقم تسلسلي ليتم ترتيب المشاهدات

تصاعدياً أو تنازلياً .

(٨) إجراء عملية إحصاء وتحديد الوصف الإحصائي وتدرجه وتكرار البيانات .

(٩) إمكانية عمل تمثيل للمتغيرات من خلال إنشاء رسم بياني ، لعرض تحليل المتغيرات وتفسير ما تم في المتغيرات الجديدة.



## نشاط



استخدم الشبكة العنكبوتية في تحميل برنامج (SPSS) من الموقع : <http://www-01.ibm.com/software/analytics/spss/>

ثم تحقق من صحة حل المثال السابق.

## مثال



(٢) أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص وحدد نوعه. إذا كان:

$$\sum S = 248 \text{ ص}$$

$$\sum S = 26 \text{ ص}$$

$$\sum S = 68 \text{ ص}$$

$$N = 8$$

$$\sum S^2 = 204 \text{ ص}$$

$$\sum S^2 = 620 \text{ ص}$$



الحل

$$r = \frac{N \sum (R_1 - \bar{R}_1)(R_2 - \bar{R}_2) - \sum (R_1 - \bar{R}_1) \sum (R_2 - \bar{R}_2)}{\sqrt{N \sum (R_1 - \bar{R}_1)^2 - (\sum (R_1 - \bar{R}_1))^2} \sqrt{N \sum (R_2 - \bar{R}_2)^2 - (\sum (R_2 - \bar{R}_2))^2}}$$

$$r = \frac{236}{236} = \frac{(36 \times 68) - 248 \times 8}{\sqrt{2(36) - 204 \times 8} \sqrt{2(68) - 620 \times 8}} = 1$$

قيمة معامل الارتباط (+1) تعني أن هذه العلاقة طردية تامة بين المتغيرين س، ص.

٩ حاول أن تحل

٢ أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص وحدد نوعه. إذا كان:

$$\begin{array}{lll} 36 = \sum R_1 & 92 = \sum R_2 & 372 = \sum R_1 R_2 \\ 8 = N & 204 = \sum R_1^2 & 1100 = \sum R_2^2 \end{array}$$

Spearman's Rank Correlation Coefficient

معامل ارتباط سبيرمان (الرتب)

فكر و ناقش

قام إحصائي بدراسة العلاقة بين تقديرات مادتين دراستين لسبع طلاب ودون النتائج في الجدول التالي:

المادة الأولى	ضعيف	مقبول	ضعيف	جيد	ضعيف	ممتاز	جيد جدًا
المادة الثانية	ضعيف	مقبول	جيد	مقبول	ضعيف	جيد جدًا	مقبول

لاحظ أن



معامل ارتباط سبيرمان يمكن حسابه سواء كانت البيانات كمية أو وصفية، بينما معامل ارتباط بيرسون لا يمكن حسابه إلا على المتغيرات الكمية فقط.

يتميز معامل سبيرمان لارتباط الرتب بسهولة حتى لو كانت البيانات غير مرتبة.

يؤخذ على معامل سبيرمان إهماله لفروق الأعداد عند حساب الرتب وبالتالي فهو أقل دقة.

فإذا أراد هذا الإحصائي أن يقف على مدى العلاقة بين هاتين المادتين وإيجاد معامل للارتباط بينهما فهل يمكنك مساعدته في ذلك؟

لا نستطيع استخدام معامل ارتباط بيرسون في بند فكر و ناقش لأنه يعتمد على البيانات الكمية (العددية) فقط، ولكن في حالة البيانات الوصفية (كما في البند السابق) فإنه يمكن استخدام معامل ارتباط آخر يعرف بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان، وهو يعطى مقياسًا للارتباط في كل من البيانات الكمية والوصفية التي لها صفة الترتيب كما في البند السابق، ويعتمد هذا المعامل على ترتيب قيم المتغيرات مع الأخذ في الاعتبار الترتيب التصاعدي أو التنازلي ثم نستخدم العلاقة الآتية:

$$r = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث ف هي الفرق بين رتب المتغيرين س، ص، ن هي عدد قيم كل من المتغيرين.



## مثال

٢ أوجد معامل ارتباط الرتب لسييرمان في بند فكر وناقش السابق وحدد نوعه .

الحل

في هذا المثال نرتب الظاهرتين ترتيباً تصاعدياً منتظماً وذلك بأن تعطى كل طالب رتبة تقدير لمادة، وكذلك المادة الثانية للطالب نفسه كما في الجدول الآتي :

المادة الأولى	ضعيف	مقبول	ضعيف	جيد	ضعيف	ممتاز	جيد جدًا
الترتيب مع التكرار	١	٤	٢	٥	٣	٧	٦
الترتيب النهائي	٢	٤	٢	٥	٢	٧	٦

نلاحظ أن الحالة (ضعيف) تكررت ٣ مرات وشغلت الأماكن ١، ٢، ٣

لذلك تكون رتبة كل منها  $= \frac{٣+٢+١}{٣} = ٢$  (وهو الوسط الحسابي للأعداد ١، ٢، ٣) وبالمثل:

المادة الثانية	ضعيف	مقبول	جيد	مقبول	ضعيف	جيد جدًا	مقبول
الترتيب مع التكرار	١	٣	٦	٤	٢	٧	٥
الترتيب النهائي	١,٥	٤	٦	٤	١,٥	٧	٤

نلاحظ أن المستوى (ضعيف) تكرر مرتين وشغل الأماكن ١، ٢

لذلك تكون رتبة كل منها  $= \frac{٢+١}{٢} = ١,٥$  (وهو الوسط الحسابي للعددين ١، ٢)

كذلك المستوى (مقبول) تكرر ثلاث مرات وشغل الأماكن ٣، ٤، ٥

لذلك تكون رتبة كل منها  $= \frac{٥+٤+٣}{٣} = ٤$  نلخص الحل في الجدول الآتي :

م	ص	رتب م	رتب ص	م	ص
ضعيف	ضعيف	٢	١,٥	٠,٥	٠,٢٥
مقبول	مقبول	٤	٤	صفر	صفر
ضعيف	جيد	٢	٦	٤ -	١٦
جيد	مقبول	٥	٤	١	١
ضعيف	ضعيف	٢	١,٥	٠,٥	٠,٢٥
ممتاز	جيد جدًا	٧	٧	صفر	صفر
جيد جدًا	مقبول	٦	٤	٢	٤
					٢١,٥



$$\therefore r = \frac{21,5 \times 6}{(1-49)7} - 1$$

$$\therefore r = \frac{36 \times 36}{(1-2)7} - 1$$

$$= 1 - \frac{129}{336} \approx 0,6161 \text{ وهو ارتباط طردى}$$

٤ حاول أن تحل

٢ فى دراسة عن مدى العلاقة بين مستوى الطلاب فى مادتى الإحصاء والرياضيات وجد أن تقديرات ستة طلاب فى المادتين كالتالى:

مقبول	مقبول	جيد جداً	ممتاز	جيد جداً	مقبول	تقدير الإحصاء (س)
مقبول	مقبول	جيد جداً	ممتاز	جيد جداً	جيد	تقدير الرياضيات (ص)
ضعيف	جيد	ممتاز	جيد جداً	جيد		

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين التقديرات وحدد نوعه .

مثال

٤ احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س، ص وذلك من بيانات الجدول التالى:

س	ص	ص	س	ص	س
٤	٧	٦	٨	٥	٨
٧	٦	٦	٦	٤	١٢

الحل

نكون الجدول الآتى:

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف²
٤	٧	٦	٢	٤	١٦
٧	٦	٤	٤	٠	٠
٨	٦	٢,٥	٤	١,٥-	٢,٢٥
٥	٤	٥	٦	١-	١
٨	٦	٢,٥	٤	١,٥-	٢,٢٥
١٢	١٠	١	١	٠	٠
				٢١,٥	

$$\therefore r = \frac{36 \times 36}{(1-2)7} - 1 = \frac{21,5 \times 6}{(1-36)6} - 1 \approx 0,3857 \text{ والارتباط طردى}$$

تفكير ناقده هل يختلف ٣ ف ٢ إذا رتبنا الظاهرتين س، ص ترتيباً تصاعدياً؟ فسر إجابتك

٤ حاول أن تحل

٤ احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س، ص وحدد نوعه وذلك من بيانات الجدول التالى:

س	ص	ص	س	ص	س
١٠	٨	٧	٧	٦	٤
٥	٨	٧	٧	٩	١٠





## تمارين ١ - ١



أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية:

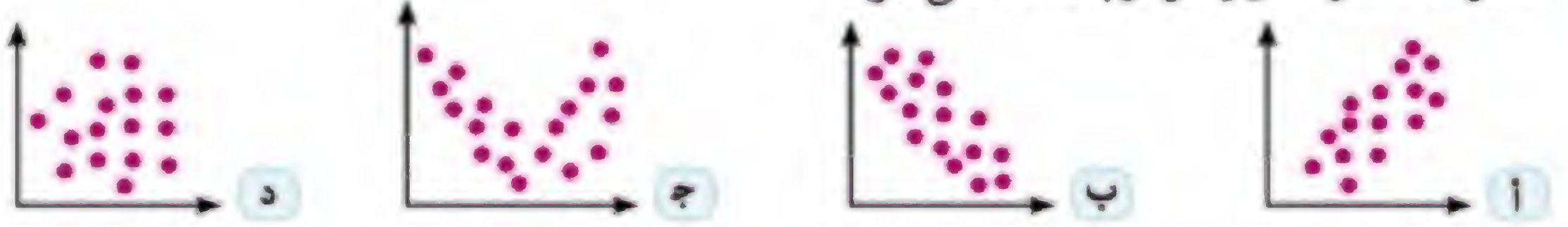
١) معامل الارتباط الأقوى فيما يلي هو :

- أ - ٠,٩٤      ب - صفر      ج - ٠,٥      د - ٠,٨٥

٢) أقوى معامل ارتباط عكسي فيما يلي هو :

- أ - ٠,٢      ب - ٠,٥      ج - ٠,٧      د - ٠,٨

٣) شكل الانتشار الذي يمثل ارتباط عكسي هو:



٤) أضعف معامل ارتباط فيما يلي هو:

- أ - ١,٢      ب - ٠,٧      ج - ٠,١٢      د - ٠,٩

٥) أحد الأعداد التالية يمكن أن يمثل أقوى معامل ارتباط عكسي بين متغيرين:

- أ - ٠,٣      ب - ٠,٩      ج - ١,١      د - ٠,٩٥

٦) من بيانات الجدول الآتي:

٩	١٢	١١	١٤	١٠	١٢	ص
١٥	٢٠	١٩	٢٣	١٧	١٨	ص

أولاً: احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين المتغيرين س، ص

ثانياً: احسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س، ص

٧) من بيانات الجدول الآتي:

١١	٧	٣	٨	٧	٧	ص
١١	١٠	٢	١٢	٤	٨	ص

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين المتغيرين س، ص

٨) من بيانات الجدول الآتي:

٩	٧	٦	٤	٣	١	ص
١	٢	٣	٤	٤	٦	ص

احسب معامل الارتباط لبيرسون بين قيم س، ص مبيناً نوعه.

٩) من بيانات الجدول الآتي:

٧	٦	١٠	٨	٧	٥	٦	ص
٨	٧	٨	٦	٥	٧	٤	ص

احسب معامل الارتباط لبيرسون بين قيم س، ص وحدد نوعه.



١٠ من بيانات الجدول الآتي:

٨	٣	٤	٦	١	٣	س
٧	٦	٨	٥	٤	٧	ص

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س، ص وحدد نوعه.

١١ من بيانات الجدول الآتي:

جيد جدًا	مقبول	ضعيف	جيد	جيد جدًا	س
مقبول	جيد جدًا	ممتاز	جيد	مقبول	ص

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س، ص.

١٢ أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص وحدد نوعه إذا كان:

$$\text{مجم س ص} = 2658$$

$$\text{مجم ص} = 140$$

$$\text{مجم س} = 220$$

$$n = 10$$

$$\text{مجم ص} = 2292$$

$$\text{مجم س} = 5486$$

١٣ **الربط بالتجارة:** الجدول الآتي يوضح مجموعة مكونة من ٦ كتب طبقًا لسعرها (س) وحجم المبيعات (ص):

مرتفع جدًا	مرتفع	مرتفع جدًا	متوسط	منخفض جدًا	منخفض	السعر (س)
منخفض	متوسط	منخفض	مرتفع جدًا	مرتفع	مرتفع	حجم المبيعات (ص)

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين سعر الكتاب وحجم مبيعاته.

١٤ **الربط بالدعاية:** أرادت إحدى الشركات دراسة العلاقة بين إنفاقها على الدعاية س (بالألف جنيه) وحجم مبيعاتها ص (بالألف وحدة). فإذا علمت أن بيانات فروع الشركة الثمانية كانت كالآتي:

٥	١٥	١٣	٤	١٠	٧	١٨	١٩	س
١٢	١٤	١٣	٦	٩	٧	١٠	١٢	ص

فأوجد معامل ارتباط الرتب بين حجم الإنفاق على الدعاية وحجم المبيعات مبينًا نوع الارتباط.

١٥ **الربط بالتعليم:** البيانات التالية تمثل درجات عشرة طلاب في مادتي الكيمياء والأحياء.

٧٥	٩٥	٧٠	٨٠	٥٠	٦٥	٩٠	٥٥	٨٥	٦٠	الكيمياء
٧٠	٩٠	٨٠	٨٥	٦٥	٦٠	٩٥	٥٠	٧٥	٥٥	الأحياء

احسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون وحدد نوعه.

١٦ **الربط بالمواليد:** في دراسة لتحديد العلاقة بين عمر الأم وعدد أطفالها. جاءت البيانات كما يلي:

٣٥	٣٣	٣٢	٢٩	٢٧	٢٣	٢٠	١٨	عمر الأم
٥	٣	٤	٣	٢	١	١	٢	عدد الأطفال

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان وحدد نوعه.



# الانحدار

## Regression

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

المربعات الصغرى Least Square	Regression	الانحدار	طريقة المربعات الصغرى	تعريف الانحدار
	Regression Line	خط الانحدار	أنشطة على إيجاد معادلة خط الانحدار .	أنواع الانحدار
				معادلة خط الانحدار

### تمهيد

سبق أن درست الدالة، وتعرفت الشكل البياني لها، كما تعرفت في الدرس السابق شكل الانتشار، وعلمت أن الهدف من رسمه هو تحديد طبيعة العلاقة بين المتغيرين س، ص من خلال البيانات المتعلقة بهما كما علمت أن خصائص الارتباط بين ظاهرتين يمكن أن تأخذ إحدى الصور الآتية :

### علاقة خطية

### علاقة خطية عكسية

### علاقة غير خطية

### لا توجد علاقة

Linear Relationship

Negative Linear Relationship

Non-Linear Relationship

No Relationship

### تذكر أن

• الدالة هي علاقة بين مجموعتين س، ص بحيث يكون لكل عنصر من عناصر س - عنصر وحيد من عناصر ص.

• تتحدد الدالة متى عُلم كل من: المجال - المقابل المقابل - قاعدة الدالة

وفي هذا الدرس سوف ندرس كيفية تحديد معادلة خط الانحدار Equation of Regression Line والهدف من هذه الدراسة هو مساعدة الباحث على معرفة نوع البيانات المعطاة وإجراء تنبؤات صحيحة من خلالها.

### تعريف

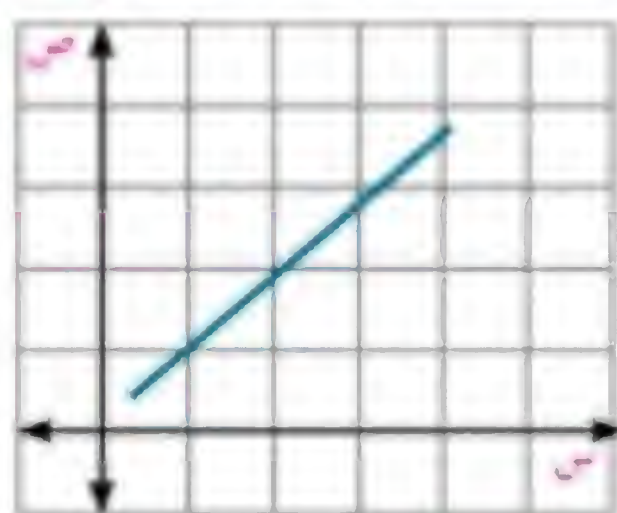
الانحدار هو أسلوب إحصائي يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر.

### وله عدة أنواع :

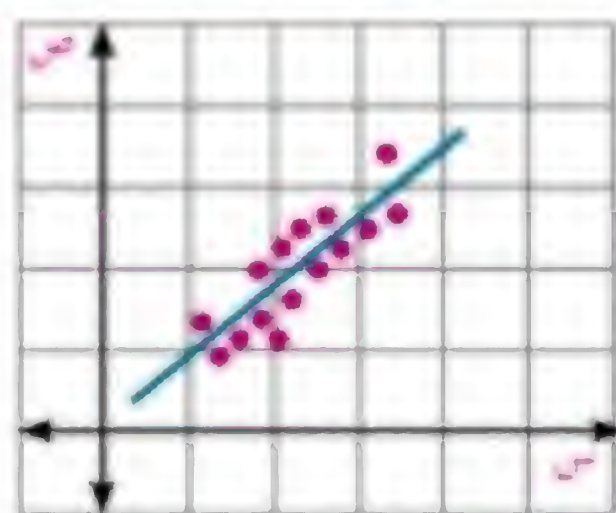
- الانحدار الخطي البسيط :** ويعتمد فيه المتغير التابع (ص) على متغير واحد (س) من خلال علاقة خطية.
- الانحدار المتعدد :** ويعتمد فيه المتغير التابع (ص) على أكثر من متغير مستقل.
- الانحدار غير الخطي :** إذا كانت العلاقة بين المتغير التابع (ص) والمتغيرات المستقلة غير خطية (من الدرجة الثانية أو الثالثة أو أسية أو لوغاريتمية أو ....)

وسنقتصر في هذا الدرس على الانحدار الخطي البسيط فقط . والأشكال التالية توضح العلاقة بين قيمة معامل الارتباط واختلاف وضع النقاط على خط الانحدار . وكلما اقتربت النقاط من الانطباق على هذا الخط زادت أو نقصت قيمة (س) الى أن تصل إلى انطباق جميع النقاط على الخط وفي هذه الحالة تكون قيمة (س) إما (١+) أو (١-).

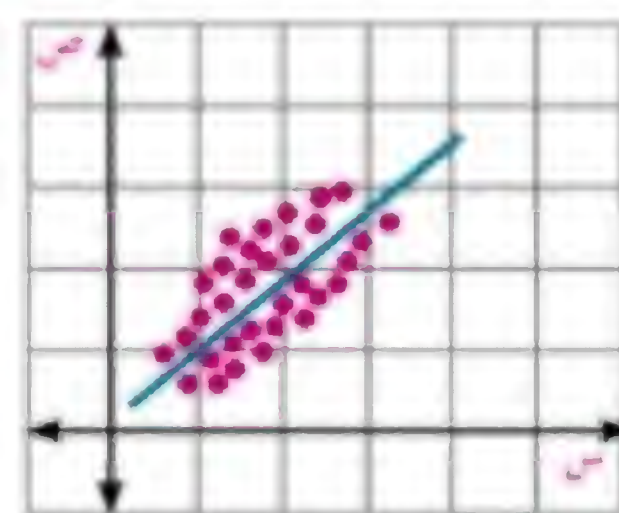




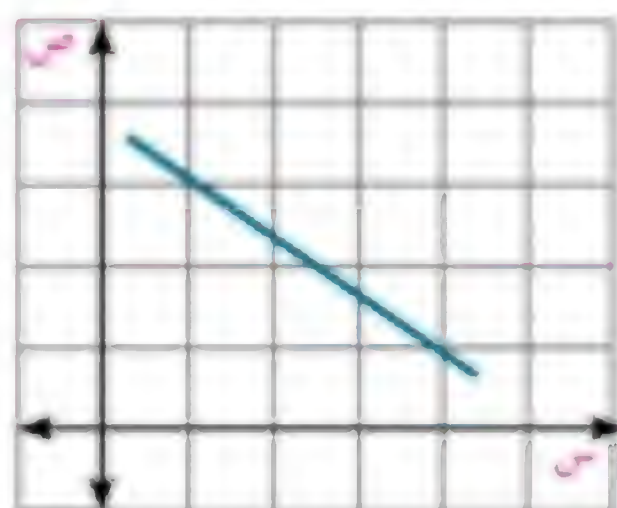
(٣) ارتباط طردى تام



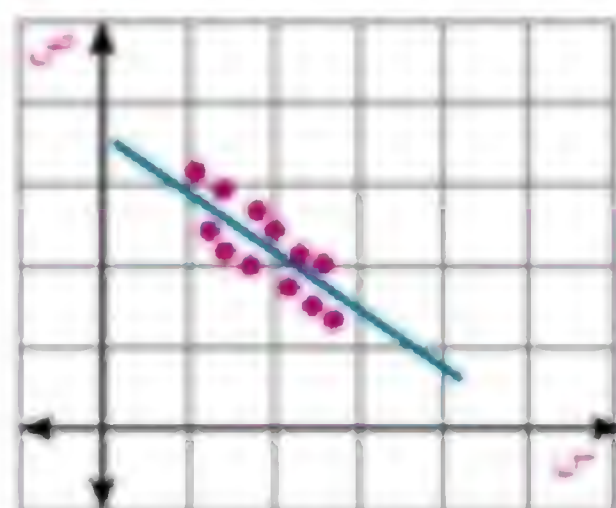
(٢) ارتباط طردى قوى



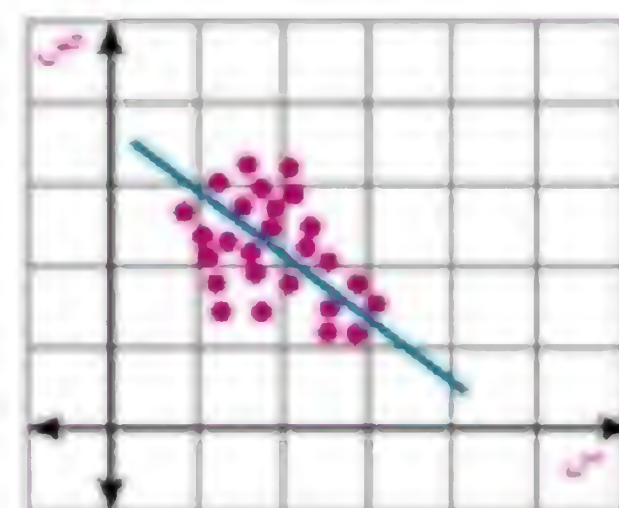
(١) ارتباط طردى متوسط



(٦) ارتباط عكسى تام



(٥) ارتباط عكسى قوى



(٤) ارتباط عكسى متوسط

### Equation of Regression Line

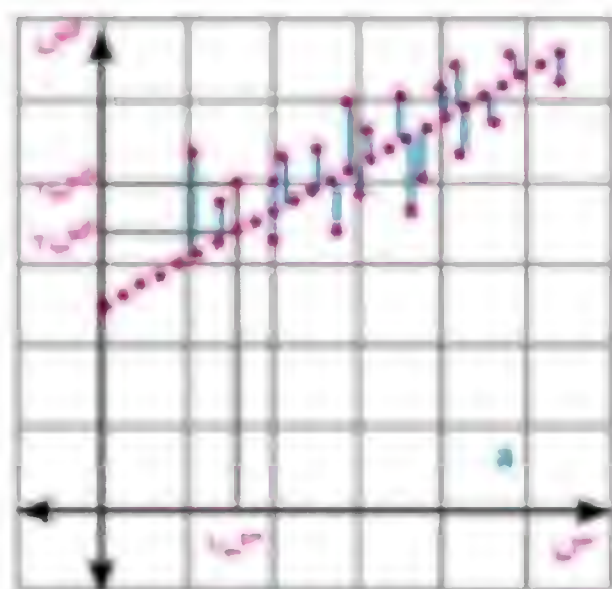
### معادلة خط الانحدار

سبق أن درسنا في الهندسة التحليلية معادلة الخط المستقيم الذى ميله  $m$  ويقطع جزءاً من محور الصادات مقداره  $c$  وهى:  $V = mS + c$ .

وبالعودة إلى أشكال الانتشار الموضحة سابقاً نجد أنه إذا بدا شكل الانتشار كما فى أى من الشكلين (٢) أو (٥) فإن هذا يشير بصفة مبدئية بأن العلاقة بين المتغيرين خطية؛ لأننا نستطيع أن نتصور وجود خط مستقيم تقع النقاط من حوله وقريبة منه وإن كانت لا تقع جميعها عليه، أما إذا بدا شكل الانتشار كما فى أى من الشكلين (١) أو (٤) فإننا نشك فى خطية العلاقة بين المتغيرين. ولذا فإن مهمتنا الأساسية هى استخدام أزواج القيم  $(S, V)$  المشاهدة لإيجاد أفضل خط مستقيم يلائم مجموعة نقاط العينة ولتكن معادلته هى:

$$V = a + bS$$

والطريقة الأكثر شيوعاً لإيجاد أفضل قيم  $a, b$  تسمى طريقة المربعات الصغرى.



### Least Square Method

### طريقة المربعات الصغرى؛

علمنا مما سبق أنه فى حالة الارتباط ليس بالضرورة أن تقع جميع النقاط على خط الانحدار، لذلك يكون هناك نسبة خطأ للنقاط التى لا تقع على خط الانحدار، وللحصول على أفضل خط الانحدار يجب تقليل الانحرافات لأصغر قيمة ممكنة (خط الانحدار المناسب يمر أو يقترب بأكبر عدد من نقاط الانتشار) فإذا كان  $(S, V)$  هى إحدى النقاط الحقيقية للبيانات وكانت  $(\hat{S}, \hat{V})$  هى النقطة الواقعة على خط الانحدار  $(\hat{S}$  تقرأ  $V$  هات) فإن خط الانحدار المناسب عندما يكون  $|V - \hat{V}|$  أقل ما يمكن لجميع قيم  $S$  أو عندما  $(V - \hat{V})^2$  أقل ما يمكن وبفرض معادلة خط الانحدار هى  $V = a + bS$



∴ الفرق المطلق =  $| (أ + ب س) - ص |$   
والمطلوب تعيين قيمتي أ ، ب بحيث يكون الفرق المطلق اقل ما يمكن وذلك بحل المعادلتين الآتيتين:  
 $كس = ن أ + ب كس$  (١) ،  $كس ص = أ كس + ب كس$  (٢)

حيث من المعادلة (١)  $أ = \frac{كس - ب كس}{ن}$  وبالتعويض في (٢)

$ب = \frac{ن كس ص - (كس) (كس)}{ن كس - (كس)^2}$  تسمى بمعامل انحدار ص على س وهي تعبر عن ميل خط الانحدار على الاتجاه الموجب لمحور السينات .

وتستخدم معادلة خط انحدار ص على س في:

- ١- التنبؤ بقيمة ص إذا علمت قيمة س
- ٢- تحديد مقدار الخطأ الذي يتحدد من العلاقة :

**مقدار الخطأ = | القيمة الجدولية - القيمة التي تحقق معادلة الانحدار |**

**ملاحظة:** عند استخدام معادلة الانحدار في التنبؤ (التقدير) يفضل ألا نتجاوز كثيرًا مدى المتغير س المستخدم في حساب معادلة الانحدار.

**تفكير ناقده:** قيمة معامل الانحدار تدل على الارتباط. فسر هذه العبارة.

**مثال**

١ الجدول التالي يمثل إنتاج أحد المحاصيل الصيفية (ص) من المساحة المزروعة (س) بالفدان :

المساحة المزروعة (س) بالفدان	٥٠	٢٠٠	١١٠	٨٠	١٢٠	٧٤,٥	٨٨,٩	٥,٧	١١	٣,٢
الإنتاج (ص) بالكيلوجرام	١٤٠	٥٠٠	٤٠٠	٣٠٠	٣٥٦	٢٤٠,٥	٢٠٠,٦	٢٣,٥	٦٩,٨	١٨,٧

**أولاً :** أوجد معادلة خط الانحدار.

**ثانيًا :** تنبأ بقيمة الإنتاج بالكيلوجرام إذا كانت المساحة المزروعة تساوي ١٠٠ فدان.

**ثالثًا :** أوجد مقدار الخطأ في الإنتاج إذا علمت أن المساحة المزروعة ١٢٠ فدانًا.

**الحل**

الحل باستخدام الآلة الحاسبة العلمية:

١ - إدخال البيانات :

نتبع نفس الطريقة السابق شرحها في مثال (١) في الدرس السابق (الارتباط) لإدخال البيانات.

٢ - استدعاء النواتج :

نضغط على المفاتيح التالية :

نستخدم المفاتيح التالية لإيجاد نواتج العمليات الآتية : (STAT) 1 SHIFT

نختار من القائمة المنسدلة : sum : 3 ونضغط على المفتاح 3



تظهر لنا قائمة أخرى جديدة من ١ إلى ٨ (مجاميع النواتج) نختار منها الآتى :

$$\begin{aligned} ٢ : \sum X &= ٧٤٣,٣ & ٤ : \sum Y &= ٢٢٥٩,١ \\ ١ : \sum X^2 &= ٨٩٠١٧,١٩ & ٥ : \sum XY &= ٢٥٤٤٨٩,١٨ \end{aligned}$$

**أولاً :** نحسب قيمة الثابت ب من العلاقة :

$$ب = \frac{\sum \sum X - \sum X \sum Y}{\sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{٢٢٥٩,١ \times ٧٤٣,٣ - ٢٥٤٤٨٩,١٨ \times ١٠}{(٧٤٣,٣)^2 - ٨٩٠١٧,١٩ \times ١٠} = ٢,٥٦٣٧$$

نحسب قيمة الثابت أ من العلاقة :  $١ = \sum Y - ب \sum X$

$$\text{حيث : } \sum X = \frac{\sum X}{n} = ٧٤,٣٣, \quad \sum Y = \frac{\sum Y}{n} = ٢٢٥,٩١$$

$$١ = ٢٢٥,٩١ - ٧٤,٣٣ \times ٢,٥٦٣٧ = ٣٥,٣٥$$

**ملاحظة :**

يمكن حساب الثابت مباشرة كالآتى :

$$١ = \sum Y - ب \sum X = ٢٢٥,٩١ - (٧٤٣,٣ \times ٢,٥٦٣٧) = ٣٥,٣٥$$

∴ معادلة خط الانحدار هي :  $\hat{Y} = ٢,٥٦٤ + ٣٥,٣٥$

**ثانياً :** من معادلة خط الانحدار :  $\hat{Y} = ٢,٥٦٤ + ٣٥,٣٥$

$$١٠٠ = \hat{Y} = ٢,٥٦٤ + ٣٥,٣٥ \quad \text{وبالتعويض عن } \sum X = ١٠٠$$

$$\hat{Y} = ٢,٥٦٤ + ٣٥,٣٥ = ٢٩١,٧٢ \text{ كيلوجرام}$$

يمكن التحقق من صحة الناتج باستخدام الآلة الحاسبة كالآتى :

$$\hat{Y} = 100 \text{ (SHIFT) } 1 \text{ (STAT) } 5 \text{ (Reg) } 5 =$$

**ثالثاً :** لإيجاد مقدار الخطأ فى الإنتاج إذا علمت أن  $\sum X = ١٢٠$  فدائماً

$$\hat{Y} = ٢,٥٦٤ + ٣٥,٣٥$$

$$\hat{Y} = ٢,٥٦٤ + ٣٥,٣٥ + ١٢٠ \times ٢,٥٦٤ = ٣٤٣$$

∴ مقدار الخطأ = القيمة الجدولية - القيمة التى تحقق معادلة الانحدار

$$\hat{Y} = ٣٤٣ - ٣٥٦ = ١٣$$

**نشاط**



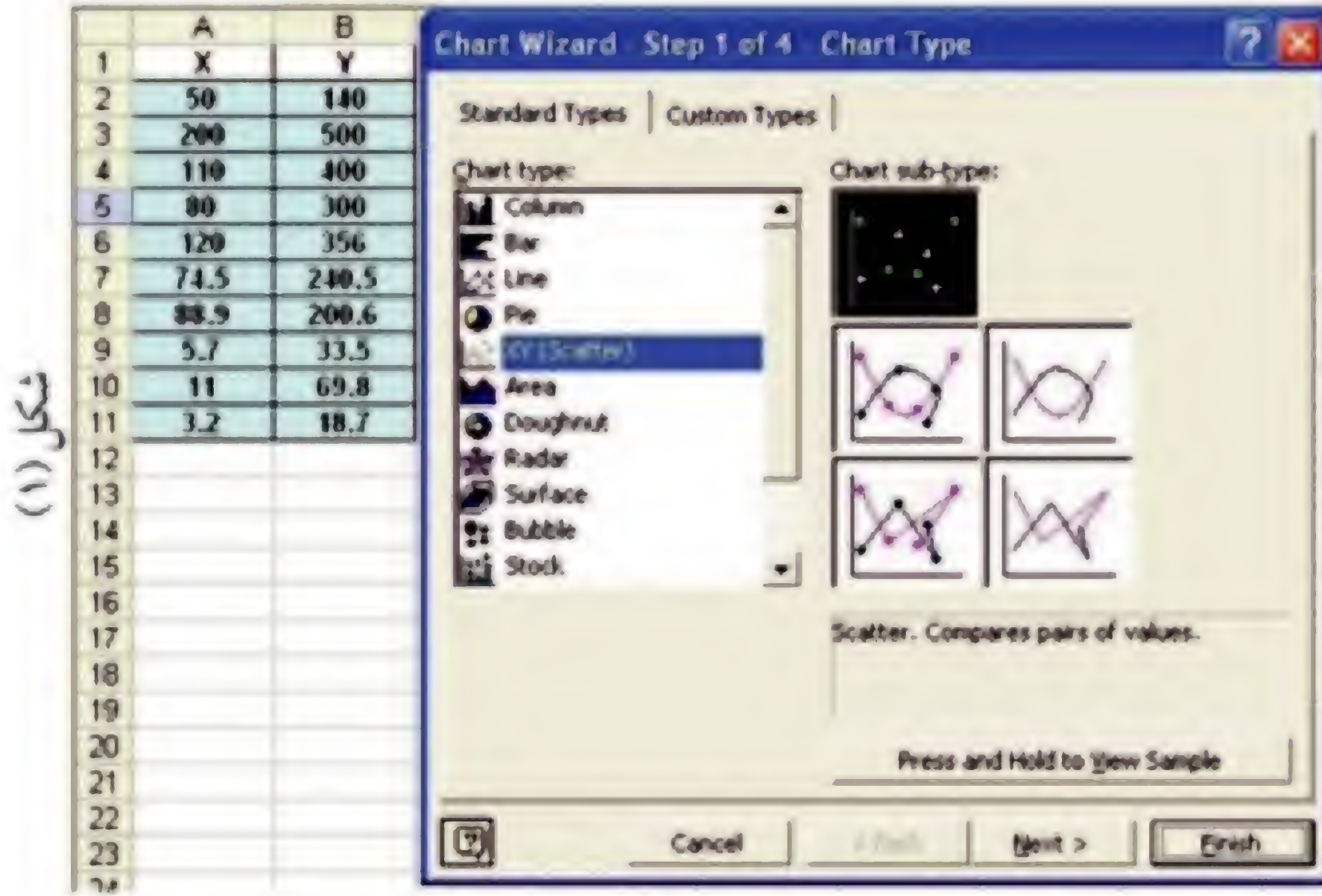
**أولاً :** تحقق من صحة حل المثال السابق باستخدام برنامج (Microsoft Excel)

**ثانياً :** تحقق من صحة حل المثال السابق باستخدام برنامج الإحصاء (spss)

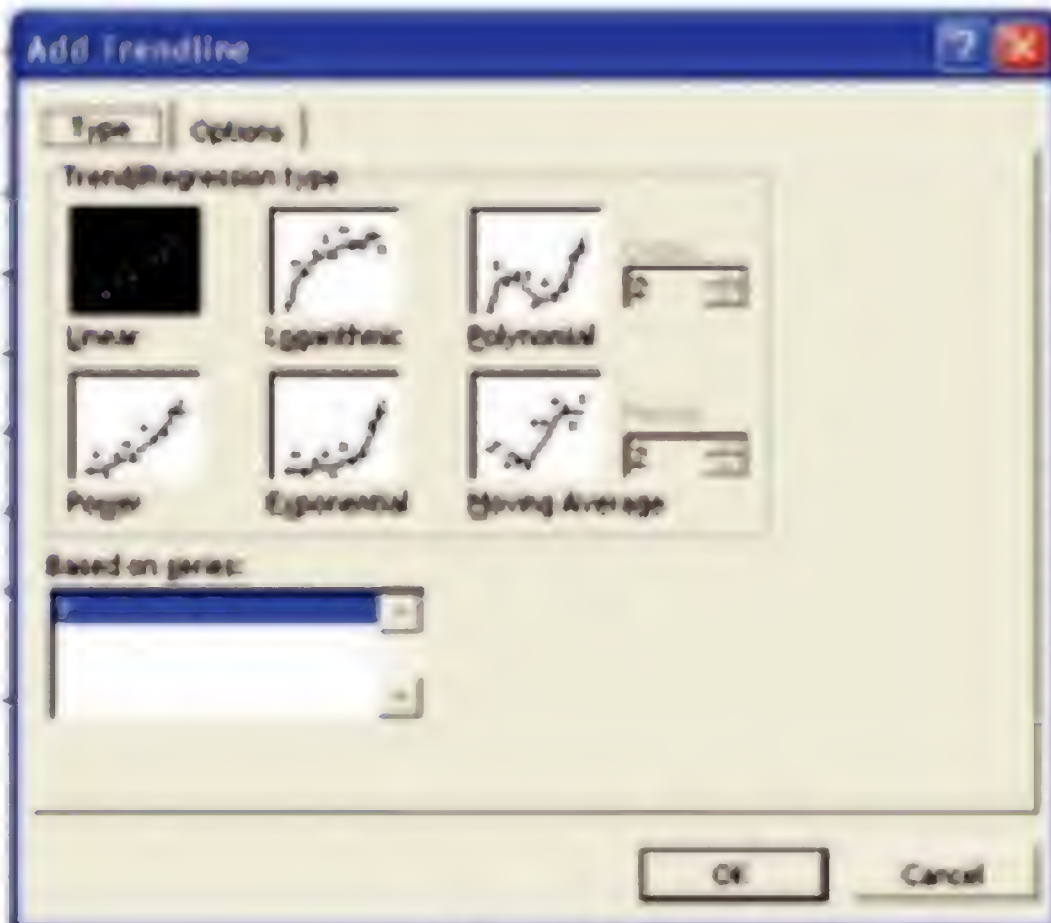


## أولاً : استخدام برنامج Microsoft Excel

- ١- افتح برنامج Microsoft Excel وأدخل البيانات السابقة في خلايا العمودين (B) ، (A) تحت اسم (Y) ، (X) كمتغيرين حقيقيين أو الاسم الحقيقي لتلك البيانات كما هو موضح في شكل (١) .
- ٢- من شريط الأدوات نضغط على Chart Wizard فنحصل على Chart Type ثم من القائمة XY Scatter نضغط على Finish . كما في شكل (٢) .



شكل (٢)



شكل (٣)

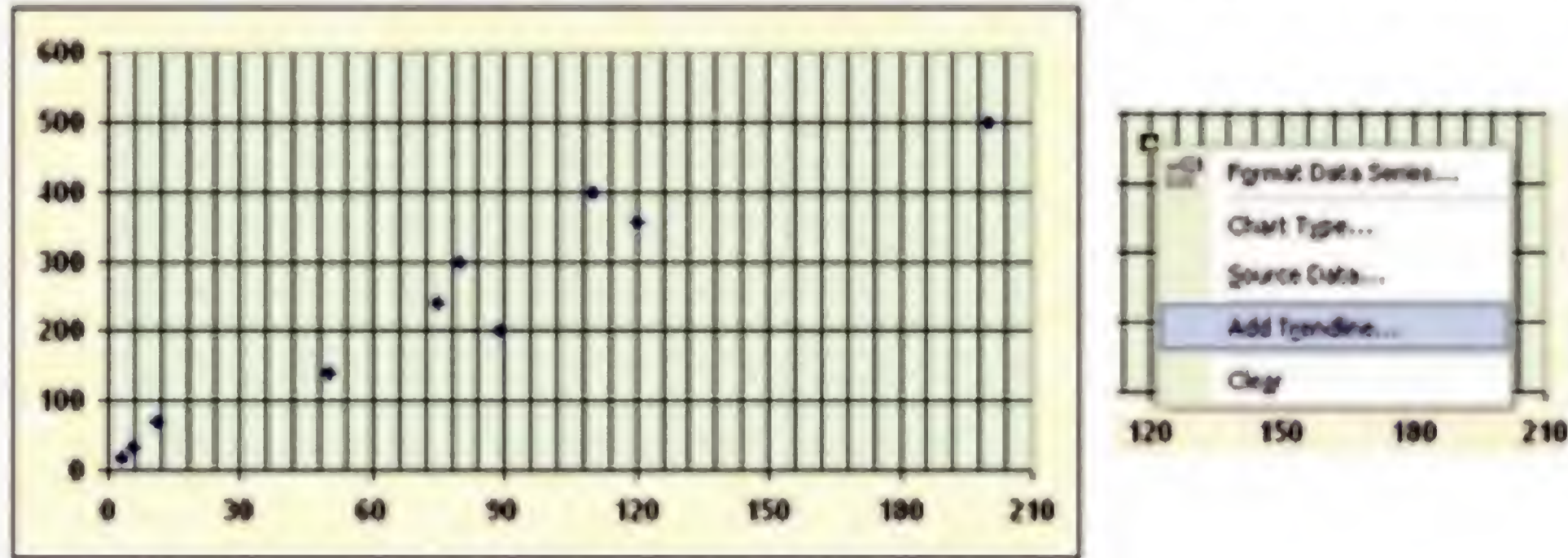
٣- يبين شكل (٣) التمثيل البياني للنقاط المدرجة في الجدول والذي يسمى شكل الانتشار . نختار منها الشكل المظلل باللون الأسود . والذي يظهر هنا بعد إجراء تغير في الخلفية كما مبين بالشكل .

٤- القيم على المحور الأفقي تمثل قيم X للبيانات والمحور الرأسى للقيم Y ونحن هنا بصدد إيجاد معادلة خط انحدار Y على X والتي تأخذ الصورة الآتية:

$$Y = a + bX$$

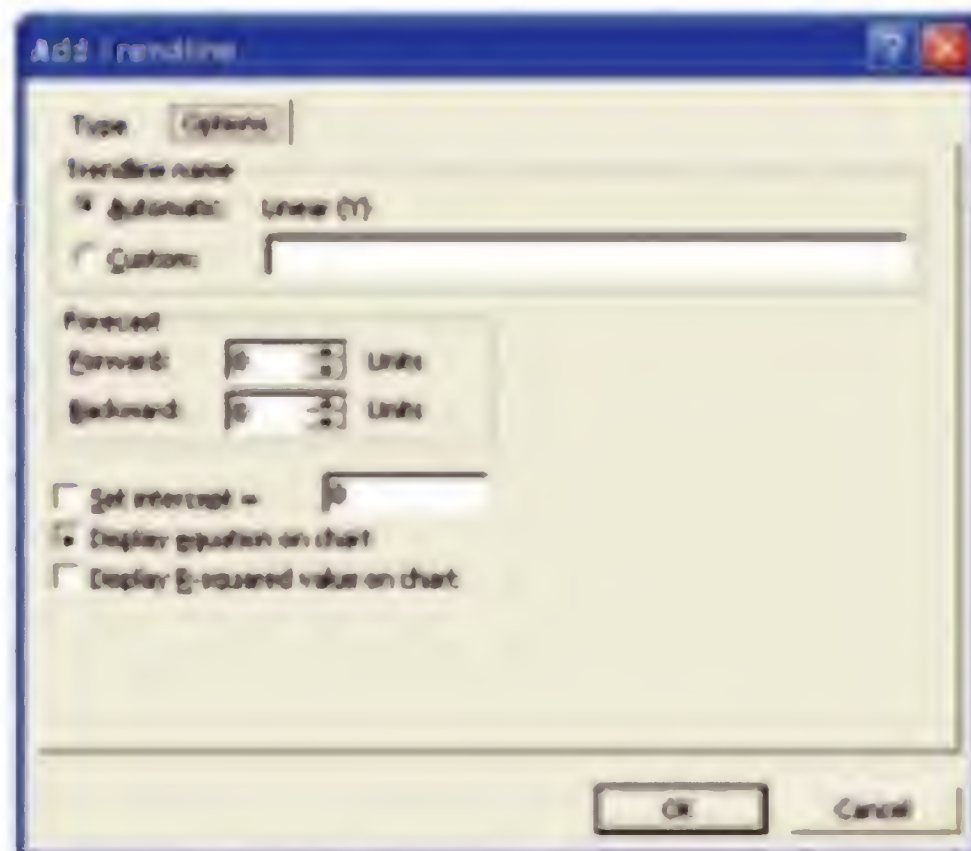


٥- بزر الفأرة الأيمن نضغط على إحدى النقاط (في الشكل (٤)) فتظهر القائمة المبينة بالشكل حيث نختار منها Add Trendline وبالنقر عليها بالفأرة نحصل على الشكل التالي الذي يظهر ستة أشكال من الانتشار، قمنا باختيار الأول منها كما مبين بالتظليل باللون الأسود كخيار مقبول؛ لكوننا نريد الخط المستقيم ومن ثم من Options لتحديد المطلوب وذلك بالنقر عليها بالفأرة حيث يظهر صندوق الحوار الآتي :



شكل (٤)

٦- نعلم على Display equation on chart كما هو مبين بالشكل (٥)



شكل (٥)

٧- نضغط على OK للحصول على المطلوب وهو:

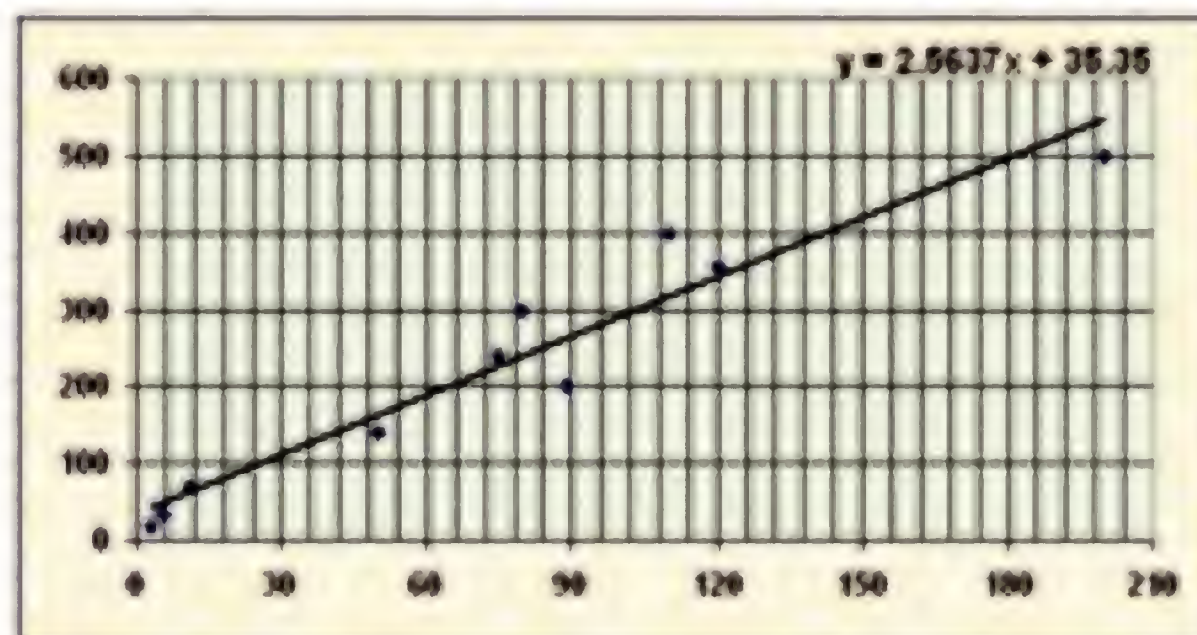
أ الشكل المبين فيه خط الانحدار متوسط النقاط الممثلة لأزواج البيانات.

ب معادلة خط الانحدار (في شكل (٦)) قد قمنا هنا بنقل المعادلة من مكانها في الشكل لأعلى مع تغير الخط لتوضيح الأمر

والشكل التالي هو نتاج العملية والذي يبين لنا المطلوب وخاصة المعادلة الآتية:

$$35.35 + 2.5637x = y$$

وهي معادلة خط الانحدار وهي نفس المعادلة التي وجدناها في الحل السابق .



شكل (٦)





شكل (٧)

مثال

٢) **الربط بالتمديد** يبين الجدول التالي بيانات عن متوسط سعر برميل البترول ومعدلات النمو الاقتصادي في إحدى الدول خلال ثمانى سنوات والمطلوب إيجاد:

١٤,٦	١٨,٧	١٦,٣	٢٩,٧	٣١,١	٣٦,٢	٤٠	٣٦	سعر برميل البترول (س)
١,٦-	٠,٩-	١-	٢,٣	٢,٧	٣,٢	٣,٥	٠,٩١	معدل النمو الاقتصادي (ص)

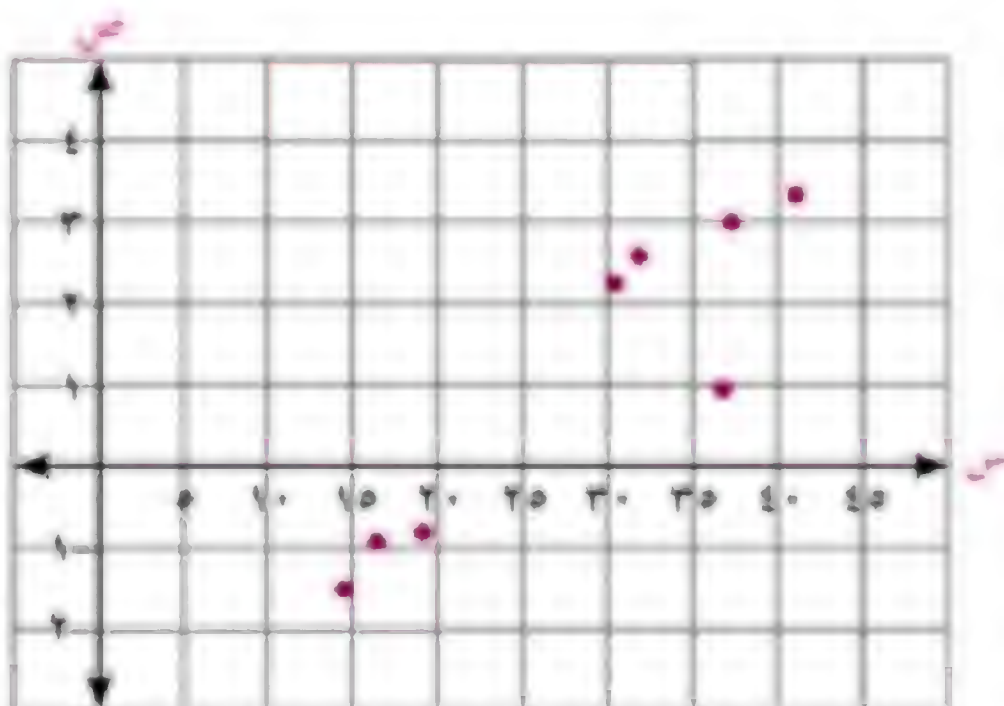
**أولاً:** ارسم شكل الانتشار وبين منه نوع الارتباط .

**ثانياً:** أوجد معادلة خط الانحدار للبيانات المعطاة .

**ثالثاً:** تنبأ بالنمو الاقتصادي عندما يكون سعر البرميل ١٥ دولاراً، ثم عندما يصبح سعره ٣٥ دولاراً .

الحل

**أولاً:** الشكل المقابل يمثل شكل الانتشار وهو يبين أن الارتباط طردي .





ص	ص	ص	ص	ص
٢٦	٠,٩١	١٢٩٦	٠,٨٢٨١	٢٢,٧٦
٤٠	٢,٥	١٦٠٠	١٢,٢٥	١٤٠
٣٦,٢	٢,٢	١٣١٠,٤٤	١٠,٢٤	١١٥,٨٤
٣١,١	٢,٧	٩٦٧,٢١	٧,٢٩	٨٣,٩٧
٢٩,٧	٢,٣	٨٨٢,٠٩	٥,٢٩	٦٨,٣١
١٦,٣	١ -	٢٦٥,٦٩	١	١٦,٣ -
١٨,٧	٠,٩ -	٢٤٩,٦٩	٠,٨١	١٦,٨٣ -
١٤,٦	١,٦ -	٢١٣,١٦	٢,٥٦	٢٣,٣٦ -
٢٢٢,٦	٩,١١	٦٨٨٤,٢٨	٤٠,٢٦٨١	٣٨٤,٣٩

من بيانات الجدول:

$$\begin{aligned} \sum x &= 222,6 & \sum x^2 &= 9,11 \\ \sum y &= 384,39 & \sum y^2 &= 6884,28 \end{aligned}$$

ثانيًا: نحسب قيمة الثابت ب من العلاقة:

$$b = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$b \approx \frac{(9,11 \times 222,6) - 384,39 \times 8}{2(222,6) - 6884,28 \times 8} = 0,1896$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n} = \frac{384,39 - 0,1896 \times 222,6}{8} = 4,1368$$

∴ معادلة خط الانحدار هي:  $\hat{y} = a + bx$

$$\hat{y} = 4,1368 + 0,1896x$$

ثالثًا:

$$\text{عندما } x = 10 \text{ تكون: } \hat{y} = 4,1368 + 10 \times 0,1896 = 1,4928$$

$$\text{عندما } x = 30 \text{ تكون: } \hat{y} = 4,1368 + 30 \times 0,1896 = 2,4992$$

٥ حاول أن تحل

١ في دراسة العلاقة بين الدخل (س) والاستهلاك (ص) بآلاف الجنيهات كانت النتائج الآتية:

$$\sum x = 120, \quad \sum x^2 = 100, \quad \sum y = 516$$

$$\sum y^2 = 720, \quad \sum xy = 410, \quad n = 40$$

أ أوجد معامل الارتباط الخطي بين س، ص بطريقة بيرسون وحدد نوعه.

ب معادلة خط الانحدار.

ج تنبأ بقيمة الاستهلاك (ص) عندما يصل الدخل ١٠٠٠٠ جنيه.





## تمارين (١ - ٢)



أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية:

- ١) المعادلة الإحصائية لمعادلة خط الانحدار حيث ب معامل الانحدار هي:
  - أ  $\hat{ص} = ا س + ب$
  - ب  $\hat{ص} = ا + ب س$
  - ج  $\hat{ص} = ا ص + ب$
  - د  $\hat{ص} = ا + ب ص$
- ٢) إذا كانت معادلة خط الانحدار هي:  $\hat{ص} = ٢ + ٠,٥ س$  فإن قيمة ص المتوقعة عندما س = ٦ هي:
  - أ ٤
  - ب ٥
  - ج ٧
  - د ٨
- ٣) إذا وقعت النقطتان (١٠، ١١، ٥)، (٥، ٦، ٥) على خط انحدار ص على س فإن الارتباط بين س، ص يكون:
  - أ طردياً
  - ب عكسياً
  - ج تاماً
  - د منعدمًا
- ٤) إذا وقعت النقطتان (١٣، ٥)، (٤، ١٤) على خط انحدار ص على س فإن جميع النقاط التالية تقع على نفس الخط ما عدا النقطة:
  - أ (٥، ١٥)
  - ب (٨، ١٠)
  - ج (١٢، ٦)
  - د (١٣، ٥)
- ٥) إذا كانت جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم ميله سالب فإن معامل الارتباط بين س، ص يساوي:
  - أ ١
  - ب صفر
  - ج - ٠,٥
  - د - ١
- ٦) إذا كانت جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم ميله موجب، فإن معامل الارتباط بين المتغيرين يساوي:
  - أ ١ -
  - ب صفر
  - ج  $\frac{1}{2}$
  - د ١

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) الجدول الآتي يبين العلاقة بين متغيرين س، ص:

٢٠	١٦	١٤	١٠	٨	٥	س
١٥	١٢	١١	٩	٦	٤	ص

أ) أرسم شكل الانتشار

ب) أوجد معادلة خط الانحدار

ج) تنبأ بقيمة ص عندما س = ١٢

٨) من بيانات الجدول الآتي:

٢٥	٢٦	١٥	١٣	٤٠	٣٠	٢٣	٢٠	س
٩	٨	٥	٤	١١	٩	٨	٧	ص

أ) تنبأ بقيمة ص عندما س = ٣٥

ب) أوجد مقدار الخطأ في ص = إذا كانت س = ٣٠



٩ في دراسة إحصائية لإيجاد العلاقة بين متغيرين س ، ص حصلنا على البيانات التالية:  
 $n = 10$  ،  $\bar{S} = 8$  ،  $\bar{V} = 10$  ،  $\sum S^2 = 870$  ،  $\sum V^2 = 665$  ،  $\sum SV = 1400$  أوجد:

أ معامل الارتباط الخطي.

ب معادلة خط الانحدار.

١٠ إذا كان:  $\sum S = 30$  ،  $\sum V = 40$  ،  $\sum SV = 162$

$\sum S^2 = 210$  ،  $\sum V^2 = 304$  ،  $n = 6$  فأوجد:

أ معادلة خط الانحدار.

ب معامل الارتباط الخطي بين س ، ص محددًا نوعه.

١١ **الربط بالمبيعات:** في أحد أماكن بيع السيارات المستعملة كانت المبيعات على النحو التالي:

عمر السيارة (س)	٣	٢	١	١	٥	٦	١	٤
لمن البيع (ص)	٥٤	٨٠	٧٤	٩٨	٤٥	٤٠	٨٥	٦٠

أ معامل الارتباط الخطي لبيرون

ب معادلة خط الانحدار.

١٢ **الربط بالاقتصاد:** الجدول التالي يمثل الدخل الشهري (س) والإنفاق (ص) لمجموعة من الأسر بمئات

الجنيهات:

الدخل (س)	٢٨	٢٧	٣٩	٤٠	٥٦	٦٦	٤٢	٤٤
الإنفاق (ص)	١٩	٢٥	٢٠	٢٨	٣١	٣٨	٢٧	٢٢

أ أوجد معامل ارتباط الرتب بيرون وحدد نوعه.

ب أوجد معادلة خط الانحدار.

ج قُدِّر قيمة الإنفاق (ص) إذا كان الدخل (س) ٥٠٠٠ جنيه.

د أوجد مقدار الخطأ في (ص) إذا كانت س = ٤٠.

١٣ **الربط بالأسرة:** لدراسة العلاقة بين الدخل "ص" والاستهلاك "س" بمئات الجنيهات شهرياً في إحدى المدن،

أُخذت عينة مكونة من ٤٠ أسرة فأعطت النواتج الآتية:

$\sum S = 100$  ،  $\sum V = 120$  ،  $\sum SV = 516$  ،  $\sum S^2 = 410$  ،  $\sum V^2 = 720$ .

أ أوجد معادلة خط الانحدار.

ب تنبأ بدخل الأسرة التي يبلغ استهلاكها ٧٠٠ جنيه شهرياً.



## ملخص الوحدة

- ١ الارتباط طريقة إحصائية يمكن من خلالها تحديد درجة ونوع العلاقة بين متغيرين .
- ٢ شكل الانتشار هو تمثيل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س ، ص) لوصف العلاقة بين متغيرين .
- ٣ يُعرف الارتباط الخطي البسيط بأنه الدرجة أو القيمة العددية للعلاقة بين متغيرين فقط
- ٤ معامل الارتباط: يرمز له بالرمز (س) وهو عبارة عن مقياس كمي نسبي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين حيث -  $1 \leq r \leq 1$  ، ويقال إن الارتباط طردي تام إذا كان معامل الارتباط  $r = 1$  ، وينعدم الارتباط عندما  $r = 0$  .



- ٥ معامل الارتباط الخطي لبيرسون :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

- ٦ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

- ٧ الانحدار: أسلوب إحصائي يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر.

- ٨ معادلة خط الانحدار:  $\hat{Y} = a + bX$  حيث:

حيث:

أ طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

ب معامل انحدار ص على س وهي تعبر عن ميل خط الانحدار على الاتجاه الموجب لمحور السينات.

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \quad a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

- ٩ تستخدم معادلة خط الانحدار في:

التنبؤ بقيمة ص إذا عُلمت قيمة س .

تحديد مقدار الخطأ الذي يتحدد من العلاقة :

مقدار الخطأ = | القيمة الجدولية - القيمة التي تحقق معادلة الانحدار |





## تمارين عامة



أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية:

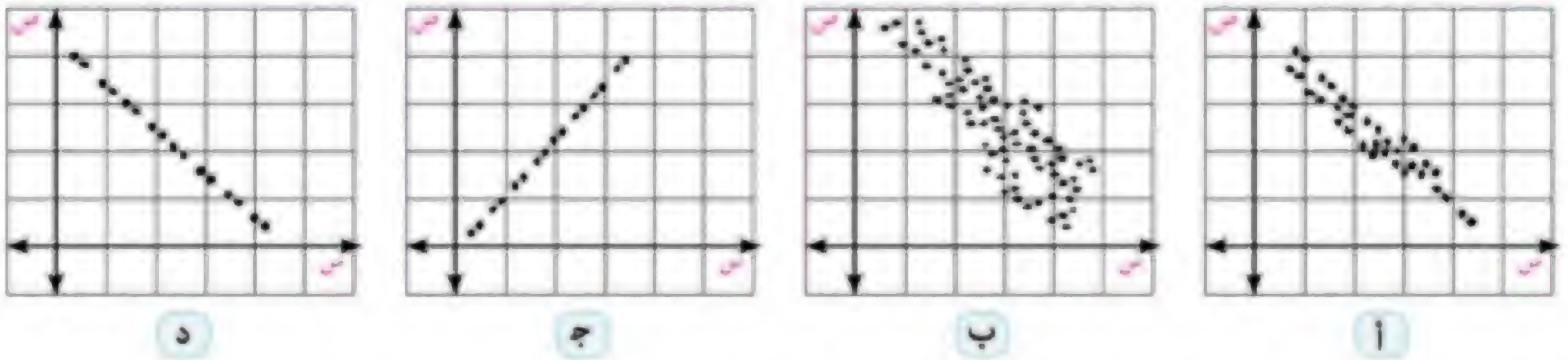
١ أقوى معامل ارتباط عكسي فيما يلي هو:

- أ - ٠,٩      ب - ٠,٥      ج - ٠,١      د - صفر

٢ أقل معامل ارتباط فيما يلي هو:

- أ - ١,١      ب - ٠,٩      ج - ٠,١٢      د - ١,٠٢

٣ الشكل الذي يدل على ارتباط عكسي قوى بين س ، ص هو شكل:



٤ إذا كانت معادلة خط الانحدار هي :  $\hat{ص} = ٣ - س$  فإن نوع الارتباط بين المتغيرين س ، ص يكون:

- أ - طردياً تاماً      ب - لا يوجد ارتباط      ج - منعدمًا      د - عكسياً تاماً

٥ إذا كانت معادلة خط الانحدار هي :  $\hat{ص} = ٧ - ٠,٨ س$  فإن قيمة ص المتوقعة عندما س = ٥ هي :

- أ - ٢      ب - ٣      ج - ٥      د - ٧

٦ إذا وقعت النقطتان (٨ ، ٢) ، (٣ ، ٧) على خط انحدار ص على س وكان الارتباط تاماً ، فإن معامل الارتباط الخطي يساوي :

- أ - ١      ب - صفر      ج -  $\frac{1}{5}$       د - ١

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية:

٧ إذا كان :

$$\begin{array}{lll} ٣ س = ٥٠ & ٣ ص = ٤٠ & ٣ ن = ١٠ \\ ٣ س ص = ٢١٣ & ٣ س^٢ = ٢٩٨ & ٣ ص^٢ = ١٧٦ \end{array}$$

أوجد قيمة معامل الارتباط لبيرسون بين المتغيرين س و ص وحدد نوعه ودرجته

٨ من بيانات الجدول الآتي:

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣
٢١	١٥	١٤	٣	١٢	٧	١٢	١٠

احسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س ، ص وحدد نوعه.



٩ من بيانات الجدول الآتي:

٢٣	٥٠	٤٦	٣١	٣٥	٤٠	٤٢	٣٢	س
١٩	٤٢	٢٨	١٧	٣٠	٣٥	٣٤	٢٥	ص

احسب معامل الارتباط الرتب لسيرمان بين قيم س ، ص وحدد نوعه.

١٠ من بيانات الجدول الآتي:

جيد	ضعيف	مقبول	جيد جداً	جيد	ممتاز	س
مقبول	جيد جداً	ممتاز	مقبول	ضعيف	جيد	ص

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س ، ص

١١ **الربط بالتجارة:** الجدول الآتي يمثل حجم المبيعات س والربح الناتج ص لمجموعة مكونة من ٦ شركات، والمطلوب حساب معامل ارتباط بيرسون بين حجم المبيعات والربح.

١٠٠	٥٥٠	٤٨٠	٤٠٠	٦٠٠	٥٠٠	حجم المبيعات س
٩٠	٤٠٠	٢٠٠	٢٥٠	٤٠٠	٣٠٠	الربح ص

١٢ من بيانات الجدول الآتي:

٨	١٤	١٢	١٥	١٢	١٠	س
٥	٩	٦	٦	٨	٦	ص

أ أوجد معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين المتغيرين س ، ص وحدد نوعه .

ب أوجد معادلة خط الانحدار ثم تنبأ بقيمة ص عندما س = ٧ .

١٣ **الربط بالتجارة:**

لدراسة العلاقة بين الكمية (ص) من سلعة ما والسعر (س) بالجنيه كانت لدينا البيانات الآتية:

س = ٤٩ ، س = ٧٧ ، س = ٦٠٩ ، س = ٣٧١ ، س = ١٠٤٩ ، ن = ٧ أوجد:

أ معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين الكمية المطلوبة والسعر.

ب تقدير الكمية (ص) عندما يكون السعر ٢١ جنيهاً.

١٤ **الربط بالرياضة:** الجدول الآتي يعبر عن عُمر أحد الأشخاص وعدد ساعات التمارين التي يمارسها:

٥٨	٥٠	٣٧	٣٣	٢٥	٢٠	العُمر
١	١,٥	٢	٣	٦	١٠	عدد ساعات التمارين

أ أوجد معادلة خط الانحدار.

ب تنبأ بعدد ساعات التمارين عندما يكون عُمر الشخص ٤٠ سنة .

ج احسب مقدار الخطأ عندما يكون عُمر الشخص ٣٣ سنة .





## اختبار تراكمي

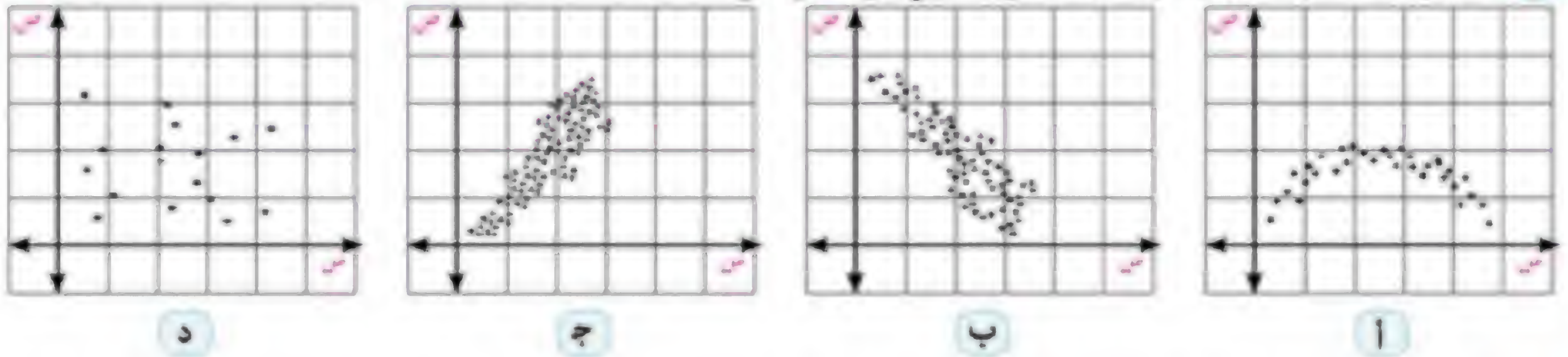


## أسئلة ذات إجابات قصيرة:

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الآتية (من ١ الى ١٠):

- ١) مجموع القيم التي وسطها الحسابي ٨ وعددها ٧ تساوي:   
 أ) ٤٠ ب) ٥٦ ج) ٦٠ د) ٨٠

٢) شكل الانتشار الذي يمثل علاقة طردية بين س ، ص هو:



٣) العلاقة بين طول ضلع المربع ومساحته هو ارتباط:

- أ) طردى قوى. ب) عكسى قوى. ج) طردى تام. د) عكسى تام.

٤) إذا كان المتغيران يتزايدان معاً أو يتناقصان معاً فإن الارتباط بينهما يكون:

- أ) طردياً. ب) عكسياً. ج) غير خطياً. د) منعكماً.

٥) معامل الارتباط مقياس رقمى تتراوح قيمته بين:

- أ)  $[1, 0]$  ب)  $[-1, 1]$  ج)  $[-1, 1]$  د)  $[-1, 0]$

٦) يسمى المتغير المطلوب تقديره فى معادلة خط الانحدار بالمتغير:

- أ) المستقل. ب) التابع. ج) الطردى. د) العكسى.

ثانياً : تفسير :

٧) إشارة معامل الانحدار تدل على نوع الارتباط (طردى أو عكسى) فسر هذه العبارة.

## أسئلة ذات إجابات طويلة:

٦٩	٦٨	٦٧	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤
٦٧	٦٨	٦٤	٦٨	٧٢	٧٠	٧٠

٨) من بيانات الجدول المقابل:

أ) أوجد معامل الارتباط الخطى بين المتغيرين س ، ص وحدد نوعه

ب) تنبأ بقيمة ص عندما س = ٦٢

ج) احسب مقدار الخطأ فى ص إذا كانت س = ٦٦

٩) الجدول الآتى يبين العلاقة بين عُمر السائق وعدد المخالفات التى حصل عليها خلال عام.

٢٨	٦٢	٣٢	٥٦	٢٤	٥٢	٢٨	٤٥	عُمر السائق (س)
٣	١	٥	٢	٧	٢	٧	٤	عدد المخالفات (ص)

أ) أوجد معامل ارتباط الرتب بين س ، ص

ب) أوجد معادلة خط انحدار ص على س .

ج) قدر ص إذا كانت س = ٤٠

د) احسب مقدار الخطأ فى ص إذا كانت س = ٣٨



# الاحتمال الشرطي

## Conditional Probability

### الوحدة

٢



#### مقدمة الوحدة

سبق أن علمنا بأن علم الإحصاء هو أحد فروع مادة الرياضيات والذي يهتم بجمع البيانات وترتيبها وتفسيرها بهدف اتخاذ القرارات المناسبة لظاهرة ما، وتعتبر الاحتمالات الخلفية الرياضية للطرق الإحصائية، وقد استخدمها الباحثون منذ القدم لأسباب اجتماعية واقتصادية وصحية وغيرها، وقد تأسس علم الاحتمال بشكله الحالي على يد عدد كبير من العلماء نذكر منهم العالم الفرنسي (بيير سيمون لابلاس ١٧٤٩ - ١٨٢٧) ومن العلماء الإنجليز (ديمورجان ١٨٠٦ - ١٨٧١)، (جون فن ١٨٢٤ - ١٩٢٢) والعالم الروسي (أندريه ماركوف ١٨٥٦ - ١٩٢٢) وغيرهم.



أندريه ماركوف



جون فن



ديمورجان



بيير سيمون لابلاس

ومن الجدير بالذكر أن تطبيقات الإحصاء والاحتمال كثيرة في مختلف المجالات التربوية والاجتماعية والاقتصادية، وسوف نتناول في هذه الوحدة دراسة الاحتمال الشرطي بين حدثين ونظرياته وتطبيقاته في مواقف حياتية مختلفة، كما سندرس الأحداث المستقلة وغير المستقلة.

#### أهداف الوحدة



في نهاية الوحدة وبعد تنفيذ الأنشطة فيها من المتوقع أن يكون الطالب قادراً على أن:

- يتعرف الأحداث المتنافية وغير المتنافية.
- يتعرف الاحتمال الشرطي.
- يستنتج نظريات على الاحتمال الشرطي.
- يتعرف الأحداث المستقلة وغير المستقلة.
- يطبق الاحتمال الشرطي في مواقف حياتية مختلفة.



## المصطلحات الأساسية



Independent Events

Dependent Events

الأحداث المستقلة

الأحداث غير المستقلة

Mutually Exclusive events

Events are not mutually exclusive

Conditional probability

الأحداث المتنافية

أحداث غير متنافية

الاحتمال الشرطي

## الأدوات والوسائل



آلة حاسبة علمية

## دروس الوحدة



الدرس (٢ - ١): الاحتمال الشرطي.

الدرس (٢ - ٢): الأحداث المستقلة.

## مخطط تفصيلي للوحدة



### الاحتمال الشرطي وتطبيقاته





# الاحتمال الشرطي

## Conditional Probability

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

Conditional probability

الاحتمال الشرطي

Mutually Exclusive Events

الأحداث المتنافية

الأحداث المتنافية.

أحداث غير متنافية

الأحداث غير المتنافية.

Events are not Mutually Exclusive

الاحتمال الشرطي.

### مقدمة:

سبق أن درست حساب احتمال حدث ما (وليكن أ) لتجربة عشوائية، وذلك بمعرفة العلاقة بين عدد عناصر هذا الحدث ن(أ) وعدد عناصر فضاء التجربة العشوائية ن(ف) من خلال العلاقة:

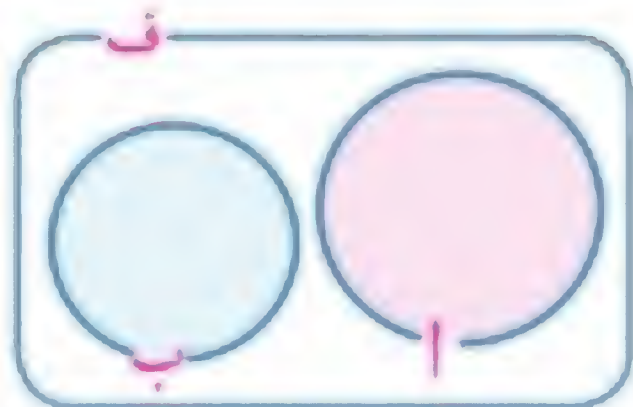
$$ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث ن(أ)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة ن(ف)}} = \text{احتمال وقوع الحدث أ}$$

Mutually Exclusive Events

### الأحداث المتنافية:

علمت من خلال دراستك للاحتمال بأن الأحداث المتنافية هي الأحداث التي لا يمكن وقوعها في آن واحد، لأن وقوع أحدها يمنع وقوع الأحداث الأخرى، الأمر الذي يعنى عدم وجود عناصر مشتركة للعناصر المكونة لها.

### الحدثان المتنافيان:



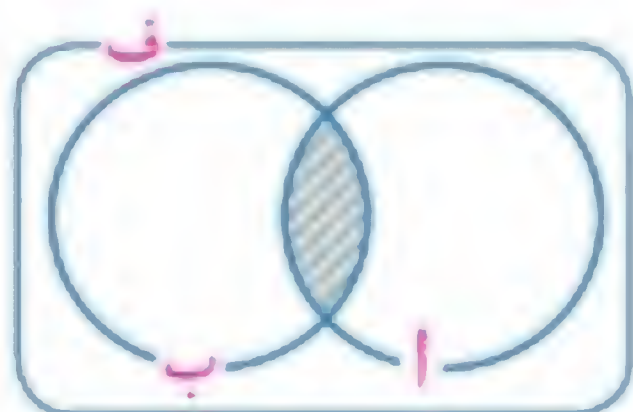
هما الحدثان اللذان لا يشتركان في أى عنصر وتقاطعهما هو المجموعة الخالية  $\phi$ .

فإذا كان أ، ب حدثين متنافيين فإن:  $أ \cap ب = \phi$

$\therefore ل(أ \cap ب) = \text{صفر}$  ويكون  $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب)$

Events are not Mutually Exclusive

### الحدثان غير المتنافيان:



هما الحدثان اللذان لا يمنع وقوع أحدها وقوع الحدث الآخر (توجد عناصر مشتركة بينهما)

ويكون:

$$(١) ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$$

$$(٢) ل(أ) = ١ - ل(ب)$$

$$(٣) ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

$$(٤) ل(أ \cap ب) = ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب)$$

$$(٥) ل(أ \cap ب) = ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب)$$



### Conditional Probability

### الاحتمال الشرطي

إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من  $F$  فإنه في بعض الأحيان تتوافر معلومات بأن حدثًا ما مثل  $B$  قد وقع،  $L$  ( $B$ ) في هذه الحالة قد يكون لوقوع الحدث  $B$  تأثير على احتمال وقوع  $A$  ويمكن حساب احتمال وقوع  $A$  بشرط وقوع  $B$  من خلال معرفة العلاقة بين نواتج الحدث  $A$  ونواتج الحدث  $B$ .

**مثال تمهيدى:** في تجربة إلقاء قطعة نرد منتظمة مرة واحدة فإن فضاء العينة  $F$  هو:

$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، فإذا كان الحدث  $A = \{1, 2, 3\}$  هو حدث ظهور عدد أقل من 4

**فمن الواضح أن:**  $L(A) = \frac{n(A)}{n(F)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

وإذا كان الحدث  $B = \{2, 4, 6\}$  هو حدث ظهور عدد زوجي.

لتسائل الآن: إذا علمنا أن الحدث  $B$  قد وقع بالفعل فما احتمال وقوع الحدث  $A$ ؟

بمعنى آخر، ما احتمال الحصول على رقم زوجي أقل من 4؟

**نلاحظ أن** الشرط المعطى يختزل فضاء العينة إلى المجموعة  $B = \{2, 4, 6\}$

ويكون الحدث الموافق لظهور رقم زوجي هو  $A \cap B = \{2\}$

وبالتالي فإن الاحتمال المطلوب هو:  $\frac{L(A \cap B)}{L(B)} = \frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

إن هذا المثال يوضح لنا كيف أن بعض الأحداث تختلف احتمالاتها تبعًا لاختلاف فضاء العينة.

تعلم



### Conditional Probability

### الاحتمال الشرطي

إذا كانت  $F$  فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان  $A$ ،  $B$  حدثين من هذا الفضاء.

فإن احتمال وقوع الحدث  $A$  بشرط وقوع الحدث  $B$  ويرمز له بالرمز  $L(A|B)$  ويقرأ احتمال وقوع الحدث  $A$  بشرط وقوع الحدث  $B$  يتحدد بالعلاقة التالية:

$$L(A|B) = \frac{L(A \cap B)}{L(B)} \text{ حيث } L(B) > 0$$

**لاحظ أن:** الاحتمال الشرطي يتمتع بنفس خواص الاحتمال (غير الشرطي) أي إن:

$$0 \leq L(A|B) \leq 1$$

$$L(F|B) = \frac{L(F \cap B)}{L(B)} = \frac{L(B)}{L(B)} = 1$$

$$L(A \cap B) = \phi \text{ فإن } L(A|B) = 0 \text{ فإن } L(A \cup B|B) = L(A|B) + L(B|B) = L(A|B) + 1$$

مع ملاحظة أن:

$$L(A|B) \neq L(B|A)$$

$$L(A|B) + L(A^c|B) = 1$$

$$L(A \cap B) = L(A|B) \times L(B) \text{ بشرط } L(B) > 0$$

$$L(A \cap B) = L(B|A) \times L(A) \text{ بشرط } L(A) > 0$$



## مثال

### الاحتمال الشرطي

#### لاحظ أن

في الاحتمال الشرطي لاحظ أن الحدث الذي يلي كلمات "ما احتمال" هو الحدث الذي يبدأ به، والحدث الذي يلي إحدى الكلمات "علماً بأن أ، إذا كان أ، إذا علم أ، ..." هو الشرط.

١ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة، احسب احتمال ظهور العدد ٢ علماً بأن العدد الظاهر زوجي؟

#### الحل

بفرض أن: فضاء العينة  $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ،  $A = \{2\}$ ،  $B = \{2, 4, 6\}$   
فإن:  $P(A) = \frac{1}{6}$ ،  $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ،  $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$$

احتمال ظهور العدد ٢ علماً بأن العدد الظاهر زوجياً هو  $\frac{1}{3}$

## ٢ حاول أن تحل

١ ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، ما احتمال ألا يزيد عدد النقاط في الرمية الأولى عن ٤ إذا علمت أن الفرق المطلق بين العددين الظاهرين يساوي ٢؟

## مثال

### إجراء العمليات

٢ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من الفضاء  $F$  بحيث  $P(A) = 0.45$ ،  $P(B) = 0.6$ ،  $P(A|B) = 0.8$  أوجد:  
أ  $P(A \cap B)$  ب  $P(A \cup B)$  ج  $P(A|B)$  د  $P(B|A)$

#### الحل

$$i \therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\therefore 0.8 = \frac{P(A \cap B)}{0.6} \therefore P(A \cap B) = 0.45 \times 0.6 = 0.27$$

$$ii \therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cup B) = 0.45 + 0.6 - 0.27 = 0.78$$

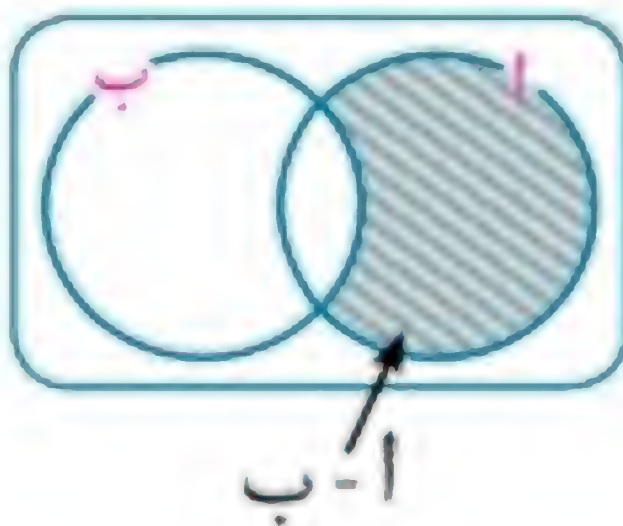
$$iii \therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.27}{0.6} = 0.45$$

لاحظ أن:  $P(A|B) \neq P(B|A)$

$$iv \therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.27}{0.45} = 0.6$$

$$= \frac{P(A \cap B) - P(A)}{P(A)}$$

$$= \frac{0.27 - 0.45}{0.45} = -0.4$$



#### تذكر أن

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{aligned}$$



٩ حاول أن تحل

٢ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف بحيث  $P(A) = 0.7$  ،  $P(B) = 0.25$  ،  $P(A \cap B) = 0.45$  أوجد:

- أ  $P(A|B)$  ب  $P(B|A)$   
ج  $P(A \cup B)$  د  $P(A \cap B)$

مثال

الجدول التوافقية

٣ من بيانات الجدول التالي:

الحالة	عدد الأشخاص	
	لا يلبس نظارة	يلبس نظارة
رجل	600	800
امراة	200	400

أوجد احتمال أن تكون امرأة اختيرت عشوائيًا تلبس نظارة ؟

الحل

نفرض أن:  $N(F) =$  عدد الأشخاص موضوع الدراسة  $= 2000$  ،

أ حدث أن الشخص المختار امرأة

،  $B$  حدث أن الشخص المختار يلبس نظارة

$$P(A \cap B) = \frac{400}{2000} = \frac{1}{5}$$

$$P(B) = \frac{1200}{2000} = \frac{3}{5}$$

المطلوب هو: إيجاد احتمال  $A$  علمًا بأن  $B$  قد وقع أي:  $P(A|B)$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{1}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{3}$$

احتمال أن تكون امرأة اختيرت عشوائيًا تلبس نظارة هو  $\frac{1}{3}$

٩ حاول أن تحل

٢ في المثال السابق أوجد:

- أ أن يكون رجل اختير عشوائيًا لا يلبس نظارة .  
ب أن يكون رجل أو امرأة اختير عشوائيًا يلبس نظارة .

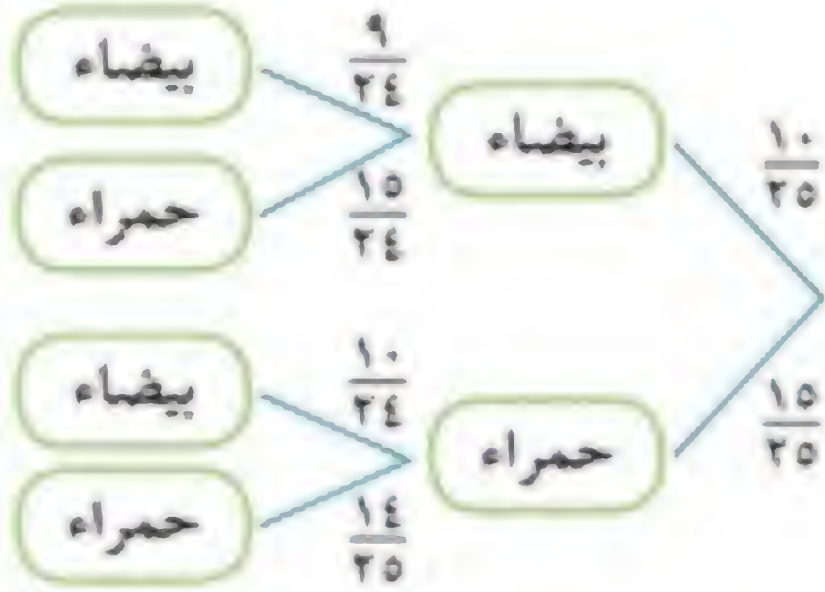


## مثال

### الشجرة البيانية

- ٤ حقيبة بها ١٠ كرات بيضاء ، ١٥ كرة حمراء سحبت عشوائيًا كرتان على التوالي دون إحلال (إرجاع) . ما احتمال أن تكون الكرتان بيضاوين؟

### الحل



نلاحظ في هذا المثال أن سحب الكرات تم على التوالي ، لذلك فهو يخضع للترتيب، أي إن السحبة الثانية للكرة مشروط بحدوث السحبة الأولى. يمكن تمثيل هذا المثال بمخطط الشجرة البيانية كما هو موضح بالشكل الجانبي.

نفرض أن:  $A$  ترمز لـ حدث أن تكون الكرة الأولى بيضاء

$B$  ترمز لـ حدث أن تكون الكرة الثانية بيضاء

( $B | A$ ) ترمز للحدث سحب الكرة الثانية بشرط أن تكون الكرة الأولى قد تم سحبها.

( $A \cap B$ ) ترمز للحدث سحب كرتين بيضاوين.

$$\therefore \frac{(A \cap B)J}{(A)J} = (B | A)J$$

$$\therefore \frac{(B \cap A)}{\frac{10}{25}} = \frac{9}{24}$$

$$\therefore (A \cap B)J = \frac{10}{25} \times \frac{9}{24} = \frac{3}{10}$$

احتمال أن تكون الكرتان بيضاوين هو  $\frac{3}{10}$

### ٥ حاول أن تحل

- ٤ في المثال السابق أوجد احتمال أن تكون الكرتان حمراوين؟

## مثال

### الربط بالتعليم

- ٥ يدرس ١٠٠ طالب في أحد المعاهد التعليمية لتدريس اللغات، فإذا كان عدد الدارسين للغة الإنجليزية ٦٠ طالبًا وعدد الدارسين للغة الفرنسية ٥٠ طالبًا وعدد الدارسين للغتين معًا ٣٥ طالبًا. اختير أحد الطلاب من هذا المعهد عشوائيًا، أوجد احتمال أن يكون الطالب دارسًا:

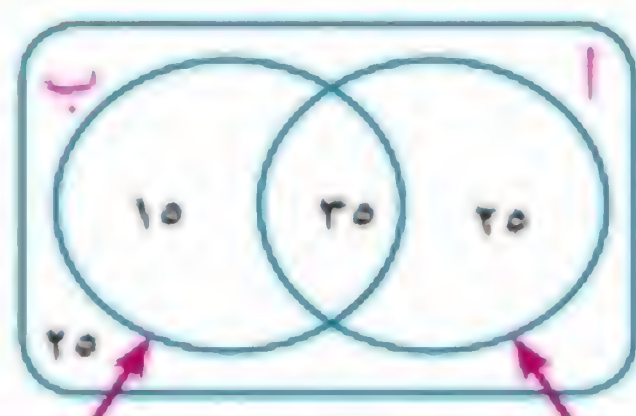
أ أحد اللغتين على الأقل.

ب اللغة الإنجليزية إذا كان دارسًا اللغة الفرنسية.

ج اللغة الفرنسية إذا كان دارسًا اللغة الإنجليزية.



الحل



يمكن توضيح بيانات المسألة على شكل فن كما هو مبين في الشكل المقابل.  
وبفرض الأحداث الآتية:

الطالب يدرس اللغة الإنجليزية = أ

الطالب يدرس اللغة الفرنسية = ب فإن:

$$P(A) = \frac{55}{100} = 0,55 \quad , \quad P(B) = \frac{35}{100} = 0,35 \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{35}{100} = 0,35$$

أ احتمال أن يكون الطالب دارساً أحد اللغتين على الأقل هو  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\therefore P(A \cup B) = 0,55 + 0,35 - 0,35 = 0,55$$

أي إن احتمال أن يكون الطالب دارساً أحد اللغتين على الأقل هو ٠,٥٥

ب احتمال أن يكون الطالب دارساً اللغة الإنجليزية إذا كان دارساً اللغة الفرنسية =  $P(A|B)$

$$\therefore P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\therefore P(A|B) = \frac{0,35}{0,35} = 1$$

أي إن احتمال أن يكون الطالب دارساً اللغة الإنجليزية إذا كان دارساً اللغة الفرنسية هو ١

ج احتمال أن يكون الطالب دارساً اللغة الفرنسية إذا كان دارساً اللغة الإنجليزية =  $P(B|A)$

$$\therefore P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\therefore P(B|A) = \frac{0,35}{0,55} \approx 0,636$$

أي إن احتمال أن يكون الطالب دارساً اللغة الفرنسية إذا كان دارساً اللغة الإنجليزية هو تقريباً ٠,٦٣٦

٥ حاول أن تحل

٥ يصوب لاعبان أ، ب في وقت واحد نحو هدف ما، فإذا كان احتمال أن يصيب اللاعب أ الهدف =  $\frac{2}{5}$ ، واحتمال

أن يصيب اللاعب ب الهدف =  $\frac{1}{4}$ ، واحتمال أن يصيب اللاعبان أ، ب معاً الهدف =  $\frac{1}{10}$ ، أوجد احتمال:

أ إصابة الهدف

ب إصابة الهدف من اللاعب أ إذا تم إصابته من اللاعب ب .

ج إصابة الهدف من اللاعب ب إذا تم إصابته من اللاعب أ .





## تمارين (٢ - ١)



أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، احتمال ظهور كتابة في الرمية الثانية إذا ظهرت صورة في الرمية الأولى تساوي:

- أ  $\frac{1}{4}$       ب  $\frac{1}{2}$       ج  $\frac{3}{4}$       د ١

٢ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، احتمال ظهور عدد زوجي أولى إذا ظهر عدد أكبر من ١ هو:

- أ  $\frac{1}{6}$       ب  $\frac{2}{6}$       ج  $\frac{3}{6}$       د  $\frac{4}{6}$

٣ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، احتمال ظهور العدد ٣ علماً بأن العدد الظاهر فردي هو:

- أ  $\frac{1}{4}$       ب  $\frac{1}{2}$       ج  $\frac{1}{4}$       د  $\frac{3}{4}$

٤ إذا كان  $L(A \cap B) = \frac{2}{5}$  ،  $L(A) = \frac{4}{5}$  فإن  $L(B|A) =$

- أ  $\frac{1}{2}$       ب  $\frac{8}{25}$       ج  $\frac{1}{4}$       د  $\frac{2}{5}$

٥ إذا كان  $L(A|B) = \frac{1}{3}$  ،  $L(B) = \frac{12}{25}$  فإن  $L(A \cap B) =$

- أ  $\frac{4}{25}$       ب  $\frac{1}{4}$       ج  $\frac{25}{36}$       د  $\frac{16}{25}$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

٦ إذا كان  $A$  ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف بحيث كان  $L(A) = 0.4$  ،  $L(B) = 0.7$  ،  $L(A|B) = 0.3$  أوجد:

- أ  $L(A \cap B)$       ب  $L(A \cup B)$       ج  $L(B|A)$       د  $L(A|B)$

٧ إذا كان  $L(A) = 0.4$  ،  $L(B) = 0.5$  ،  $L(A \cup B) = 0.8$  أوجد  $L(A|B)$

٨ إذا كان  $L(B|A) = \frac{2}{3}$  ،  $L(A|B) = \frac{4}{5}$  ،  $L(A) = \frac{3}{5}$  أوجد

- أ  $L(A \cap B)$       ب  $L(A \cup B)$

٩ ألقى حجر نرد مرة واحدة . احسب احتمال أن يكون العدد الظاهر عدداً أولياً بشرط أن يكون العدد الظاهر عدداً فردياً .

١٠ في تجربة إلقاء حجري نرد متميزين مرة واحدة أوجد احتمال أن يكون:

أ العدد الظاهر على الحجر الثاني يساوي ٤ ، علماً بأن العدد الظاهر على الحجر الأول يساوي ٢ .

ب مجموع العددين الظاهرين زوجياً علماً بأن العدد الظاهر على الحجر الأول يساوي ٦ .

١١ إذا كان احتمال نجاح طالب في امتحان هو ٠.٧ واحتمال سفره للخارج إذا نجح هو ٠.٦ فما احتمال نجاحه وسفره للخارج؟

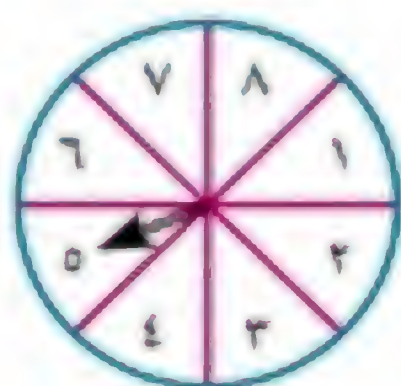


١٢ فصل دراسي به ٤٥ طالبًا منهم ٢٧ يدرسون اللغة الفرنسية، ١٥ يدرسون اللغة الألمانية، ٩ يدرسون اللغتين معًا، اختير طالب من هذا الفصل عشوائيًا، احسب احتمال أن يدرس الطالب المختار:

- مادة واحدة على الأقل من المادتين.
- يكون دارسًا اللغة الفرنسية إذا كان دارسًا اللغة الألمانية.
- يكون دارسًا اللغة الألمانية إذا كان دارسًا اللغة الفرنسية.

١٣ أُلقي حجرًا نرد متميزان مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

- ظهور العدد ٢ على الوجهين معًا علمًا بأن العدد نفسه ظهر على كل منهما.
- ظهور العدد ٥ على الوجهين علمًا بأن العددين الظاهرين كل منهما يزيد عن ٤.
- عدم ظهور العدد ٣ على أي من الوجهين علمًا بأن العددين الظاهرين فرديان.



١٤ لعبة الدوارة: رُقمت قطاعات دائرية متساوية من ١ إلى ٨ في لعبة الدوارة. ما احتمال أن يستقر المؤشر عند العدد ٥ إذا علم أنه استقر عند عدد فردي؟

١٥ يبين الجدول التالي أعداد الفرق الرياضية المشاركة في الألعاب الرياضية المختلفة:

كرة اليد	كرة القدم	الكرة الطائرة	كرة السلة	كرة الهوكي	اللعبة الرياضية
٤	١٠	٦	٧	٣	عدد الفرق المشاركة

إذا اختيرت إحدى هذه الألعاب عشوائيًا فما احتمال أن تكون من ألعاب:

- كرة الهوكي علمًا بأنها ليست من ألعاب الكرة الطائرة.
- كرة السلة علمًا بأنها ليست من ألعاب كرة القدم وليست من ألعاب كرة اليد.

١٦ اختيرت عينة عشوائية مكونة من ٣٠ طالبًا و ٢٠ طالبة للمشاركة في الإجابة عن الاقتصاد واستهلاك الطاقة فكانت إجاباتهم على النحو التالي:

الإجابة	نعم	لا	غير متأكد	المجموع
طلاب	٢٠	٦	٤	٣٠
طالبات	١٥	٣	٢	٢٠

فإذا اختير أحد أفراد العينة عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الشخص المختار "طالبة" إجابته نعم؟

١٧ صندوق يحتوي على ٥ كرات بيضاء، ٧ كرات سوداء. سُحبت كُرتان منه على التوالي دون إحلال (دون إرجاع)، أوجد احتمال:

- أن تكون الكرة الثانية بيضاء إذا كانت الكرة الأولى بيضاء.
- أن تكون الكرة الأولى بيضاء والثانية بيضاء.
- أن تكون الكرة الثانية سوداء و الكرة الأولى بيضاء.



- ١٨ يتنافس كريم وزيد في الترشح لرئاسة اتحاد طلاب المدرسة ضمن ثلاثة صفوف دراسية، والجدول التالي يمثل الأصوات التي حصل عليها كل منهم:

الصف الأول	الصف الثاني	الصف الثالث	المجموع
١٩٦	١٧٤	١٣٠	٥٠٠
٢٤٠	١٦٥	١٣٥	٥٤٠
كريم			
زيد			

إذا اختير طالب من طلاب المدرسة عشوائيًا فما احتمال أن يكون الطالب:

- أ انتخب المرشح "كريم" علمًا بأنه من طلاب الصف الثالث؟  
 ب انتخب المرشح "زيد" علمًا بأنه من طلاب الصف الثاني؟

- ١٩ أعلن عن وظيفة تقدم لها ١٠٠ شخص، رُتبت بياناتهم كالآتي:

مؤهلون			غير مؤهلين		
أعزب	متزوج	ذكر	أعزب	متزوج	ذكر
١٠	٤٠	١٠	١٢	٣	١٢
١٠	١٠	١٠	٥	١٠	٥
أنثى			أنثى		

- أ احسب احتمال أن يكون الموظف المختار متزوجًا بشرط أن يكون مؤهلًا.

- ب احسب احتمال أن يكون الموظف المختار متزوجًا ومؤهلًا.

- ج احسب احتمال أن يكون الموظف المختار متزوجًا بشرط أن يكون غير مؤهل.

- ٢٠ في اختبار آخر العام وجد أن ٣٠٪ من الطلبة رسبوا في الكيمياء، ٢٠٪ رسبوا في الفيزياء، ١٥٪ رسبوا في الكيمياء والفيزياء. اختير أحد الطلبة عشوائيًا.

- أ إذا كان الطالب المختار راسبًا في الكيمياء، فما احتمال رسوبه في الفيزياء؟

- ب إذا كان الطالب المختار راسبًا في الفيزياء، فما احتمال رسوبه في الكيمياء؟

- ج أوجد احتمال رسوبه في الكيمياء بشرط عدم رسوبه في الفيزياء؟

- د أوجد احتمال نجاحه في الفيزياء بشرط نجاحه في الكيمياء؟

- ٢١ **نشاط:** استخدام شكل فن:

- أ، ب حدثان في فضاء العينة ف حيث  $P(A) = 0.7$ ،  $P(B) = 0.4$ ،  $P(A \cap B) = 0.2$ .

- أ مثل المجموعات السابقة بشكل فن واكتب على الرسم احتمالات وقوعها.

- ب أوجد احتمالات الأحداث الآتية:

أولاً: وقوع الحدث أ بشرط عدم وقوع الحدث ب.

ثانيًا: وقوع الحدث ب بشرط عدم وقوع الحدث أ.



سوف تتعلم

المصطلحات الأساسية

الأحداث المستقلة.

الأحداث غير المستقلة.

الأحداث المستقلة

Independent Events

الأحداث غير المستقلة

Dependent Events

فكر و ناقش



تأمل الأمثلة الآتية:

- ١- إلقاء قطعة نقود وحجر نرد مرة واحدة.
  - ٢- نجاح طالب في مقرر الرياضيات ونجاحه في مقرر الكيمياء.
  - ٣- سُحِبَت كرة عشوائيًا من كيس به ١٠ كرات ثم أعيدت إلى الكيس، ثم سُحِبَت كرة ثانية.
  - ٤- نجاح طالب في الامتحان العملي للفيزياء ونجاحه في مقرر الفيزياء.
  - ٥- سَحَبُ كرة عشوائيًا من كيس به ١٠ كرات دون إعادتها، ثم سحب كرة ثانية.
- ماذا تلاحظ؟

نلاحظ من الأمثلة الثلاثة الأولى أن:

- ١- النواتج في قطعة النقود لا تؤثر في النواتج في حجر النرد.
- ٢- نجاح الطالب في الرياضيات أو رسوبه فيها لا يؤثر في نجاحه أو رسوبه في الكيمياء.
- ٣- إعادة الكرة الأولى إلى الكيس بعد سحبها لا يغير من عدد الكرات، وبالتالي فإن السحبة الأولى لا تؤثر في السحبة الثانية.

لذلك فإن الأحداث في كل مثال من الأمثلة الثلاثة السابقة تُعرف **بالأحداث المستقلة**.

- ٤- نجاح الطالب في الامتحان العملي للفيزياء يؤثر في نجاحه في مقرر الفيزياء.
- ٥- عند سحب كرة من كيس دون إعادتها إليه يؤثر في عدد الكرات الموجودة في الكيس، وبالتالي فإن السحبة الأولى تؤثر في السحبة الثانية.

لذلك فإن الأحداث في المثالين (٤)، (٥) تُعرف **بالأحداث غير المستقلة**.

تعلم

الحدثان المستقلان



يقال إن الحدثين A، B مستقلان إذا وإذا فقط  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ .

تعريف

أي إن احتمال وقوع حدثين مستقلين معًا يساوي احتمال وقوع الحدث الأول مضروبًا في احتمال وقوع الحدث الثاني.



**ونلاحظ أنه إذا كان الحدثان A، B مستقلين وكان ل(B) ≠ صفر**

**فإن ل(A | B) = ل(A) أي إن وقوع أحد الحدثين لا يؤثر في احتمال وقوع الحدث الآخر.**

**فمثلاً:** ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين ولوحظ تتابع حدوث الصورة والكتابة،

فإن: ف = {(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}

لذا فإن احتمال أي من تلك النتائج =  $\frac{1}{4}$

بفرض أن الحدث A يمثل ظهور الكتابة في المرة الثانية = {(ص، ك)، (ك، ك)}

والحدث B يمثل ظهور الصورة في المرة الأولى = {(ص، ص)، (ك، ص)}

$$\text{فإن ل(A | B)} = \frac{\text{ل(A} \cap \text{B)}}{\text{ل(B)}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = \text{ل(A)}$$

**أي إن حدوث الحدث B لم يؤثر على احتمال حدوث الحدث A بمعنى أن احتمال A لا يعتمد على معلومية أن الحدث B، قد وقع لذا نقول إن الحدثين A، B مستقلان.**

**لاحظ أن:** الحدثين المتنافيين A، B يكونان مستقلين إذا وإذا فقط ل(A) × ل(B) = صفر  
بمعنى إذا وإذا فقط كان احتمال A أو احتمال B مساوياً صفر.

**مثال**

١ في تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة ثم إلقاء حجر نرد. ما احتمال ظهور صورة والعدد ٥؟

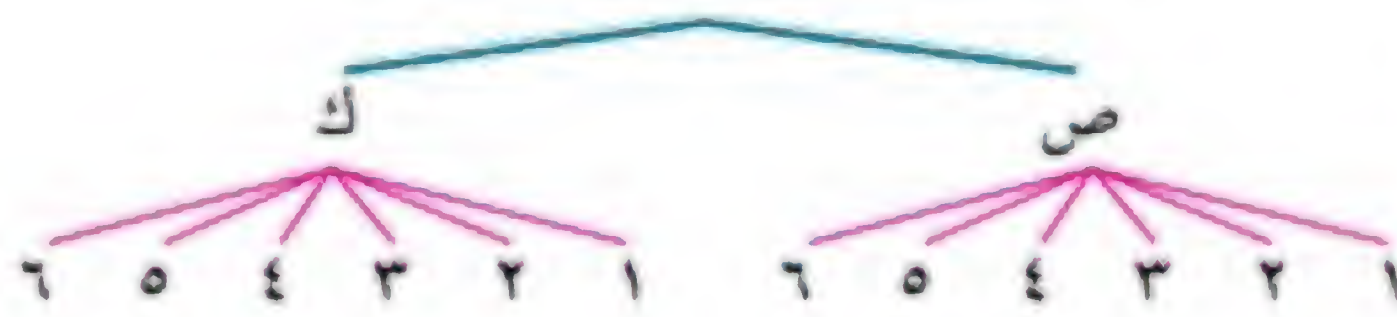
**الحل**

يمكن استخدام الشجرة البيانية لكتابة فضاء العينة: نلاحظ أن إلقاء قطعة النقود لا يؤثر في نواتج العينة لإلقاء حجر النرد، لذلك فإن الحدثين مستقلان. وبفرض أن:

$$A = \text{حدث ظهور صورة. فإن ل(A)} = \frac{1}{2}, \quad B = \text{حدث ظهور العدد ٥. فإن ل(B)} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \text{ل(A} \cap \text{B)} = \text{ل(A)} \times \text{ل(B)} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

∴ احتمال ظهور صورة والعدد ٥ هو  $\frac{1}{12}$



ف = {(ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)، (ص، ٤)، (ص، ٥)، (ص، ٦)، (ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)، (ك، ٤)}  
{(ك، ٥)، (ك، ٦)}

حدث ظهور صورة والعدد ٥ = {(ص، ٥)} ويكون احتمال ظهور صورة والعدد ٥ =  $\frac{1}{12}$

**٩ حاول أن تحل**

١ في المثال السابق أوجد احتمال ظهور كتابة وعدد أولي؟



## مثال

٢ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية  $F$  وكان  $P(A) = 0.5$ ،  $P(B) = 0.6$ ،  $P(A \cup B) = 0.8$ .  
بين مع ذكر السبب هل  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان؟

## الحل

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$(1) \quad P(A \cap B) = 0.5 + 0.6 - 0.8 = 0.3$$

$$(2) \quad P(A) \times P(B) = 0.5 \times 0.6 = 0.3$$

من (١)، (٢) يكون  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين.

**لاحظ أن:** لإيضاح الفرق بين الحدثين المتنافيين والمستقلين نأخذ المثال التالي:

نعلم أنه عند إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة مرة واحدة فإن فضاء العينة  $F = \{ص، ك\}$

$$\text{كما نعلم أن } P(ص) = \frac{1}{2}، P(ك) = \frac{1}{2}$$

ونعلم أيضًا أن الحدثين  $ص$ ،  $ك$  حدثان متنافيان لأن حدوث أحدهما ينفي حدوث الآخر.

$$\therefore P(ص \cap ك) = 0 \neq P(ص) \times P(ك)$$

أي أنه  $ص$ ،  $ك$  حدثان متنافيان إلا أنهما غير مستقلين.

## ٦ حاول أن تحل

٢ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية  $F = \{1، 2، 3، 4، 5، 6\}$   
وكان  $A = \{2، 3، 4، 5\}$ ،  $B = \{1، 4، 5، 6\}$  هل  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان؟ وضح ذلك.

## مثال

٢ **الربط بالتأمين** أمّن رجل وزوجته على حياتيهما في إحدى شركات التأمين على الحياة فإذا قدرت الشركة احتمال أن يعيش الرجل أكثر من ٢٠ عامًا هو ٠.٢ واحتمال أن تعيش زوجته أكثر من نفس المدة ٠.٣ أوجد احتمال أن:

أ يعيش الرجل وزوجته معًا أكثر من ٢٠ عامًا. ب يعيش أحدهما على الأقل أكثر من ٢٠ عامًا.

ج يعيش أحدهما فقط أكثر من ٢٠ عامًا.

## الحل

نفرض أن:  $A$  حدث أن يعيش الرجل أكثر من ٢٠ عامًا  $P(A) = 0.2$ ،

$B$  حدث أن تعيش الزوجة أكثر من ٢٠ عامًا  $P(B) = 0.3$

أ احتمال أن يعيش الرجل وزوجته معًا أكثر من ٢٠ عامًا  $P(A \cap B)$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.2 \times 0.3 = 0.06$$

ب احتمال أن يعيش أحدهما على الأقل أكثر من ٢٠ عامًا  $P(A \cup B)$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.2 + 0.3 - 0.06 = 0.44$$



ج: احتمال أن يعيش أحدهما فقط أكثر من ٢٠ عامًا  $P(A \cup B) - P(A \cap B)$

$$\therefore P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.44 - 0.06 = 0.38$$

٩ حاول أن تحل

٢ **الربط بالرمية:** أطلق جنديان أ، ب قذيفة نحو هدف ما، فإذا كان احتمال أن يصيب أ الهدف هو ٠,٦ وكان احتمال إصابة ب نفس الهدف ٠,٥ أوجد احتمالات الأحداث الآتية:

- ١ إصابة الهدف من الجندي أ والجندي ب معًا. **ب** إصابة الهدف بقذيفة واحدة على الأقل.  
ج إصابة الهدف بقذيفة واحدة فقط. **د** عدم إصابة الهدف.

مثال

٤ **السحب مع الإحلال:** كيس يحتوي على ٦ كرات زرقاء و ٤ كرات حمراء، إذا سُحبت كرة عشوائيًا ثم أُعيدت إلى الكيس، ثم سُحبت كرة ثانية، ما احتمال أن تكون:

- ١ الكرتان حمراوين في المراتين؟ **ب** الكرتان زرقاوين في المراتين؟  
ج الكرة الأولى حمراء والثانية زرقاء؟ **د** إحداهما حمراء والأخرى زرقاء؟

الحل

١ طالما أن سحب الكرة مع الإحلال (الإرجاع) فيكون الحدثان **مستقلين**.  
وبفرض أن: ف = فضاء العينة، أ = سحب الكرة في المرة الأولى، ب = سحب الكرة في المرة الثانية  
 $\therefore n(f) = 10, P(A) = \frac{4}{10}, P(B) = \frac{4}{10}$  (لأن السحب مع الإحلال)  
 $\therefore P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$

بنفس الطريق السابقة يكون:

- ب** احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين في المراتين  $\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = \frac{6}{10} \times \frac{6}{10}$   
**ج** احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية زرقاء  $\frac{6}{25} = \frac{24}{100} = \frac{6}{10} \times \frac{4}{10}$   
**د** احتمال أن تكون إحداهما حمراء والأخرى زرقاء = احتمال الأولى حمراء والثانية زرقاء + احتمال الأولى زرقاء والثانية حمراء  
 $\frac{12}{25} = \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} =$

٩ حاول أن تحل

٤ إذا كان احتمال ارتفاع مؤشر سوق الأسهم في الدولة (أ) يساوي ٠,٨٤ واحتمال ارتفاع مؤشر سوق الأسهم في الدولة (ب) يساوي ٠,٧٥ ما احتمال أن يرتفع مؤشر سوقى أسهم الدولتين أ، ب؟

**تعلم** **الأحداث غير المستقلة** Dependent events

يكون أ، ب حدثين غير مستقلين إذا كان:  $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$   
لأننا نعلم من تعريف الاحتمال الشرطى أن:



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{بشرط } P(B) \neq 0$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{بشرط } P(A) \neq 0$$

أي أنه يمكن كتابة  $P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$

$$P(A|B) \times P(B) = P(A \cap B) \quad \text{بشرط أن } P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$$

بمعنى أن الحدثين A، B يكونان غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما يؤثر بطريقة ما في احتمال حدوث الآخر.

### احتمال الأحداث غير المستقلة

مثال

٥ إذا كان فضاء العينة لتجربة عشوائية حيث  $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  وكان  $A = \{1, 2, 4, 8\}$ ،  $B = \{2, 5, 6, 7\}$  هل A، B مستقلان؟ وضح إجابتك.

الحل

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$(1) \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4} \neq P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$(2) \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4} \neq P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

من (1)، (2)  $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$  لذلك فإن A، B حدثان غير مستقلين.

٦ حاول أن تحل

٥ إذا كان ج =  $\{2, 3, 4, 7\}$  هل B، ج مستقلان؟ وضح إجابتك.

السحب بدون إحلال

مثال

٦ كيس يحتوي على 6 كرات زرقاء و 4 كرات حمراء، إذا سُحبت كرتان الواحدة وراء الأخرى دون إحلال (دون إرجاع)، ما احتمال أن تكون:

أ الكرتان حمراوين؟ ب الكرتان زرقاوين؟ ج الكرة الأولى حمراء والثانية زرقاء؟

الحل

هذا المثال هو نفس مثال (3) باختلاف أن سحب الكرات بدون إحلال (دون إرجاع)، لذلك يكون الحدثان غير مستقلين.

أ إذا كانت الكرتان حمراوين فإن:

احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية حمراء =

احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء × احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء بعد سحب الكرة الحمراء الأولى

$$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$$



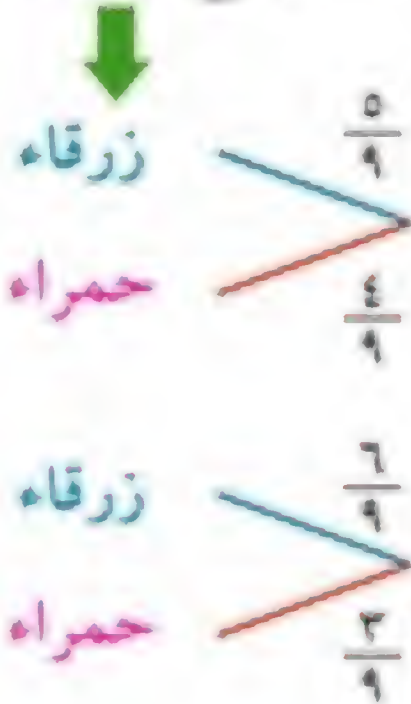
ب إذا كانت الكرتان زرقاوين فإن: احتمال أن تكون الكرة الأولى زرقاء والثانية زرقاء  $\frac{1}{3} = \frac{5}{9} \times \frac{7}{10}$

ج احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية زرقاء =

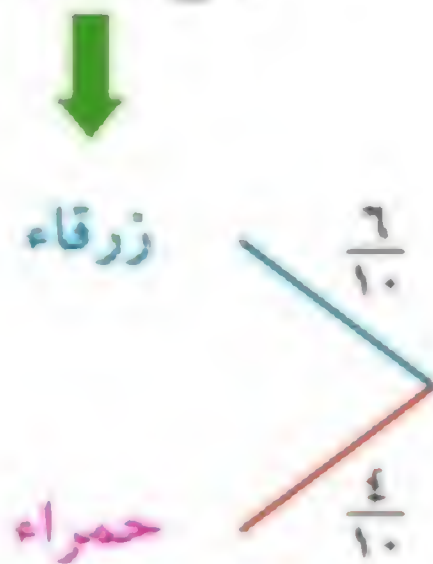
احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء  $\times$  احتمال أن تكون الكرة الثانية زرقاء بشرط أن تكون الأولى حمراء

$$\frac{4}{10} = \frac{7}{9} \times \frac{4}{10}$$

نواتج السحبة الثانية



نواتج السحبة الأولى



يمكن استخدام الشجرة البيانية كما هو موضح بالشكل لإيجاد نواتج الأحداث غير المستقلة.

٤ حاول أن تحل

٦ كيس يحتوي على ٣ كرات حمراء و ٥ كرات سوداء إذا سُحبت كرتان الواحدة وراء الأخرى دون إحلال (إرجاع)، ما احتمال أن تكون:

أ الكرتان سوداوين؟ ب الأولى سوداء والثانية حمراء؟ ج إحدى الكرتين حمراء والأخرى سوداء؟

## تمارين ٢ - ٢

١ أي من الأحداث التالية مستقلة وأيها غير مستقلة؟ فسر إجابتك:

- إلقاء قطعة نقود معدنية، ثم إلقاء حجر نرد مرة واحدة.
- سحب بطاقة من صندوق بدون إحلال، ثم سحب بطاقة أخرى من نفس الصندوق.
- سحب بطاقة من صندوق مع الإحلال، ثم سحب بطاقة أخرى من نفس الصندوق.
- تأهل فريق كرة القدم إلى دور الأربعة، فإذا ربح فسوف يلعب في مباراة البطولة.
- اختيار أحد الأسماء بالقرعة دون إحلال (إرجاع)، ثم اختيار اسمًا آخر.
- اختيار كرة من كيس ووضعها في مكان آخر، ثم اختيار كرة أخرى من نفس الكيس.
- تقدم كريم في المسابقة الثقافية يوم الاثنين ونجح فيها، وتقدم للمسابقة العلمية يوم الخميس ونجح فيها أيضا.

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

٢ إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٢، ل(ب) = ٠,٦ فإن ل(أ ∪ ب) =

- أ ٠,١٢      ب ٠,٣٢      ج ٠,٦٨      د ٠,٨

٣ إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٢٥، ل(ب) = ٠,٤ فإن ل(أ - ب) =

- أ ٠,١      ب ٠,١٥      ج ٠,٣      د ٠,٦٥



- ٤) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين وكان  $L(A) = 0.3$ ،  $L(B) = 0.5$ ،  $L(A \cup B) = 0.72$  فإن  $S$  تساوى:
- أ ٠,٢٤      ب ٠,٢٨      ج ٠,٤      د ٠,٦
- ٥) إذا أُلقيت قطعة نقود ثم أُلقي حجر نرد مرة واحدة. فما احتمال ظهور صورة والعدد ٣؟
- ٦) إذا أُلقيت قطعة نقود أربع مرات متتالية. فما احتمال الحصول على كتابة أربع مرات؟
- ٧) أُلقي حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإذا كان حدث ظهور عدد زوجي،  $B$  حدث ظهور عدد مربع. هل  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان؟ فسر إجابتك.
- ٨) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان  $L(B) = 0.3$ ،  $L(A \cup B) = 0.5$  أوجد قيمة  $L(A)$  إذا كان  $A$ ،  $B$ :
- أ حدثين متنافيين.      ب حدثين مستقلين.
- ٩) يحتوي كيس على مجموعة من البلي موزعة على النحو التالي ٢ حمراء، ٣ خضراء واحدة زرقاء. اختيرت عشوائياً بلية واحدة مع الإحلال، ثم اختيرت بلية ثانية. أوجد احتمال أن تكون البليتان المختاران خضراوين؟
- ١٠) في السؤال السابق: إذا اختيرت عشوائياً بلية واحدة بدون إحلال ثم اختيرت بلية ثانية، أوجد احتمال أن تكون الأولى زرقاء والثانية خضراء.
- ١١) يحتوي كيس على الكرات التالية: ٦ حمراء، ٤ برتقالية، ٣ صفراء، ٢ زرقاء و ٥ خضراء. اختيرت كرة عشوائياً بدون إحلال (إرجاع) ثم اختيرت كرة ثانية. أوجد احتمال أن تكون الكرات المسحوبة:
- أ حمراء وزرقاء.      ب حمراء و صفراء.      ج حمراء و حمراء.      د برتقالية وزرقاء.
- ١٢) يصوب جنديان  $A$ ،  $B$  طلقة واحدة نحو هدف ما، فإذا كان احتمال أن يصيب الجندي الأول الهدف هو ٠,٤ واحتمال أن يصيب الجندي الثاني الهدف هو ٠,٧.
- أولاً: أوجد احتمال أن:
- أ يصيب الجنديان الهدف معاً.      ب يصيب أحدهما الهدف على الأقل.
- ج يصيب أحدهما فقط الهدف.      د يصيب أحدهما الهدف على الأكثر.
- ثانياً: إذا علمت أن أحدهما على الأقل أصاب الهدف، فأوجد احتمال أن يكون الجندي  $A$  فقط قد أصاب الهدف.
- ١٣) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثان مستقلان فاثبت أن كل من أزواج الأحداث الآتية يكون أيضاً مستقلاً
- أ ١، ٢      ب ١، ٣      ج ١، ٤



## ملخص الوحدة

### ١ حساب احتمال حدث ما (وليكن أ)

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة } \Omega}$$

٢ الحدثان المتنافيان: هما الحدثان اللذان لا يشتركان في أي عنصر وتقاطعهما هو المجموعة الخالية  $\emptyset$ .  
 فإذا كان أ، ب حدثين متنافيين فإن:  $A \cap B = \emptyset$   
 $\therefore P(A \cap B) = 0$  ويكون  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

٣ الحدثان غير المتنافيان: هما الحدثان اللذان لا يمنع وقوع أحدهما من وقوع الحدث الآخر (توجد عناصر مشتركة بينهما)، ويكون:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

٣ الاحتمال الشرطي: إذا كانت ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان أ، ب حدثين من هذا الفضاء. فإن احتمال وقوع الحدث أ بشرط وقوع الحدث ب ويرمز له بالرمز  $P(A|B)$  ويقرأ احتمال وقوع الحدث أ بشرط وقوع الحدث ب يتحدد بالعلاقة التالية:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{حيث } P(B) > 0$$

٤ الحدثان المستقلان: يقال إن الحدثين أ، ب مستقلان إذا وإذا فقط  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ .  
 أي إن احتمال وقوع حدثين مستقلين معاً يساوي احتمال وقوع الحدث الأول مضروباً في احتمال وقوع الحدث الثاني.

ويلاحظ أنه إذا كان الحدثان أ، ب مستقلين وكان  $P(B) \neq 0$  فإن  $P(A|B) = P(A)$   
 أي إن وقوع أحد الحدثين لا يؤثر في احتمال وقوع الحدث الآخر.

### ٥ الأحداث غير المستقلة:

يكون أ، ب حدثين غير مستقلين إذا كان:  $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

لأننا نعلم من تعريف الاحتمال الشرطي أن:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{بشرط } P(B) \neq 0, \quad P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{بشرط } P(A) \neq 0$$

أي إنه يمكن كتابة  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = P(B) \times P(A|B)$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad \text{بشرط أن } P(A) \neq 0, P(B) \neq 0$$

بمعنى أن: الحدثين أ، ب يكونان غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما يؤثر بطريقة ما في احتمال حدوث الآخر.





## تمارين عامة



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ١ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين متنافيين وكان  $L(A) = 0.2$ ،  $L(B) = 0.6$  فإن  $L(A \cup B) =$ 
  - أ ٠.٤
  - ب ٠.٦
  - ج ٠.٨
  - د ١.٢
- ٢ إذا كان  $A \supset B$  وكان  $L(A) = \frac{7}{9}$ ،  $L(B) = \frac{1}{4}$  فإن  $L(A|B)$  تساوي:
  - أ  $\frac{1}{6}$
  - ب  $\frac{2}{9}$
  - ج  $\frac{4}{9}$
  - د  $\frac{3}{2}$
- ٣ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين وكان  $L(A) = 0.2$ ،  $L(B) = 0.5$  فإن  $L(A \cap B) =$ 
  - أ ٠.٧
  - ب ٠.٤
  - ج ٠.٣
  - د ٠.١
- ٤ إذا كانت  $F = \{A, B, C\}$  وكان  $A, B, C$ ، جـ أحداث متنافية حيث  $L(A) = 0.25$ ،  $L(B) = 0.4$  فإن  $L(C) =$ 
  - أ ٠.١
  - ب ٠.١٥
  - ج ٠.٣٥
  - د ٠.٦٥
- ٥ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين من  $F$  حيث  $L(B) = 0.6$ ،  $L(A \cup B) = 0.68$  فإن  $L(A) =$ 
  - أ ٠.٢
  - ب ٠.٣
  - ج ٠.٤
  - د ٠.٥
- ٦ في تجربة سحب كرة عشوائياً من صندوق يحوي ١٠ كرات حمراء تحمل الأعداد من ١ إلى ١٠، ٥ كرات زرقاء تحمل الأرقام الفردية من ١ إلى ٩. سُحبت كرة عشوائياً من الصندوق فوجدت إنها حمراء، فما احتمال أنها تحمل الرقم ٩؟
- ٧ إذا رسب ٢٥% من طلبة أحد الصفوف بمدرسة ما في الرياضيات، ورسب ١٠% منهم في الرياضيات والكيمياء. إذا اختير طالب عشوائياً، ما احتمال رسوبه في الكيمياء إذا كان راسباً في الرياضيات؟
- ٨ **الربط بالأسرة:** عائلة لديها ثلاثة أطفال، فإذا كان:
  - أ: حدث أن يكون لدى العائلة أطفال ذكوراً وإناثاً
  - ب: حدث أن يكون لدى العائلة ولد واحد على الأكثر.
هل الحدثان  $A$ ،  $B$  مستقلان؟ وضح إجابتك.
- ٩ أُلقي حجر نرد منتظم مرة واحدة ثم أُديرَت الدائرة الموضحة بالشكل الجانبي. أوجد احتمالات ظهور الأحداث الآتية:
  - أ  $L(\text{العدد } 3 \text{ ثم القطاع الأخضر})$  ب  $L(\text{عدد أولى ثم القطاع الأزرق})$
  - ج  $L(\text{العدد } 5 \text{ ثم القطاع الأصفر})$  د  $L(\text{عدد زوجي القطاع الأخضر})$
- ١٠ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان:
$$L(A - B) = \frac{1}{4}$$
،  $L(A \cup B) = \frac{5}{8}$ ، أوجد:  $L(A)$ ،  $L(B)$ ،  $L(A \cap B)$
- ١١ أُلقي حجراً نرد منتظم مرتين متتاليتين. أوجد احتمال:
  - أ ظهور العدد ٥ على أحد الوجهين علماً بأن العدد نفسه ظهر عليهما.
  - ب ظهور العدد ٤ على أحد الوجهين علماً بأن العددين الظاهرين كل منهما يزيد عن ٣.
  - ج عدم ظهور العدد ٣ على أي من الوجهين علماً بأن العددين الظاهرين فرديان.





١٢) فى إحدى المسابقات أعطى سؤال لمتسابقين أ، ب فإذا كان احتمال حل المتسابق أ للسؤال ٠,٦ واحتمال حل المتسابق ب لنفس السؤال ٠,٨ فأوجد الاحتمالات الآتية:

أ حل السؤال من ب و أ معًا. ب حل السؤال من أحدهما على الأقل. ج عدم حل السؤال.

١٣) يحتوى كيس على ٢٦ بطاقة منها ١٠ بطاقات حمراء، ١٦ بطاقة خضراء، سُحبت بطاقتان عشوائيًا الواحدة تلو الأخرى دون إحلال (دون إرجاع) ما احتمال أن تكون:

أ الكرتان حمراوين؟ ب الكرتان خضروين؟

ج الكرة الأولى حمراء والثانية خضراء؟ د الكرة الأولى خضراء والثانية حمراء؟

١٤) أجريت مسابقة لتشكيل فريقين من الطلاب، حيث يتم سحب البطاقات عشوائيًا من بين ٩ بطاقات مُرقمة من ١ إلى ٩ فإذا كان:

الفريق أ = تشكيل الطلاب الذين يسحبون الأعداد الفردية.

الفريق ب = تشكيل الطلاب الذين يسحبون الأعداد الزوجية.

أ إذا كان أحد الطلاب من الفريق أ فما احتمال سحب العدد ٧؟

ب إذا كان أحد الطلاب من الفريق ب فما احتمال سحب العدد ٤؟

١٥) الجدول الآتى يعرض توزيع ٥٠ شخصًا من حيث التدخين والاصابة بمرض ما:

ب	ا	مريض	غير مريض
	يدخن	٣٠	١٠
لا يدخن	٢	٨	

إذا اختير شخص عشوائيًا من هذه المجموعة فأوجد كلاً من:

أ احتمال أن يكون هذا الشخص مريضًا

ب احتمال أن يكون هذا الشخص مريضًا بشرط أن يكون من المدخنين.

ج احتمال أن يكون هذا الشخص مريضًا بشرط أن يكون من غير المدخنين.

١٦) الجدول الآتى يبين توزيع مجموعة من ١٠ أشخاص:

رياضى	طالب	عامل
غير رياضى	٣	٢
رياضى	٤	١

إذا اختير شخصان عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون أحدهما طالبًا رياضيًا والآخر طالبًا غير رياضى.

أ إذا كان الاختيار مع الإحلال. ب إذا كان الاختيار من غير إحلال.





## اختبار تراكمي



## اسئلة ذات إجابات قصيرة

أولاً: أكمل ما يأتي:

- ١ احتمال وقوع الحدث المستحيل = \_\_\_\_\_
- ٢ عند القاء حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٣ على الوجه العلوي = \_\_\_\_\_
- ٣ إذا أختير عشوائياً أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجياً = \_\_\_\_\_
- ٤ أكبر قيمة لمعامل الارتباط إذا كان الارتباط طردياً تاماً = \_\_\_\_\_

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ٥ عند القاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي فإن احتمال ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٦ يساوي:

أ صفر      ب  $\frac{1}{6}$       ج  $\frac{5}{6}$       د ١

- ٦ سلة بها ٤٨ كرة من نفس النوع بعضها أبيض وبعضها أحمر، والباقي أخضر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوي  $\frac{5}{8}$  فإن عدد الكرات الحمراء في السلة يساوي:

أ ٢٤      ب ٣٠      ج ٣٢      د ٣٦

- ٧ أقل معامل ارتباط فيما يلي هو:

أ -٠,٩      ب -٠,٥      ج -٠,١      د -٠,٤

## اسئلة ذات إجابات طويلة

- ٨ احسب معامل ارتباط سيرمان من بيانات الجدول التالي:

تقدير الرياضيات	ممتاز	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	مقبول	جيد
تقدير الفيزياء	ضعيف	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	جيد

- ٩ في مؤتمر عالمي ضم ١٥٠ عضواً وجد أن ١٠٠ عضو منهم يتكلمون الإنجليزية، ٦٠ عضواً يتكلمون الفرنسية، ٢٠ عضواً يتكلمون اللغتين معاً. أختير عضو عشوائياً أوجد احتمال أن يكون الشخص المختار:

أ يتكلم أحد اللغتين على الأقل.

ب يتكلم اللغة الإنجليزية إذا كان يتكلم اللغة الفرنسية.

ج يتكلم اللغة الفرنسية إذا كان يتكلم اللغة الإنجليزية.

- ١٠ كيس يحتوي على ١٢ كرة صفراء و ٨ حمراء، إذا سحب كرتان أحدهما وراء الأخرى دون إحلال (دون إرجاع)، ما احتمال أن تكون:

أ الكرتان صفراوين      ب الكرة الأولى صفراء والثانية حمراء      ج الكرتان حمراوان



# المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

## Random Variables and Probability Distributions

الوحدة

٣

مقدمة الوحدة

سبق أن درسنا التجربة العشوائية وبعض مفاهيم الاحتمالات، وفي كثير من الحالات نرغب في التعامل مع قيم كمية (عددية) مرتبطة بنتائج للتجربة العشوائية والتي تكون في بعض الحالات صفات أو مسميات يصعب التعامل معها رياضياً، وفي هذه الحالة نقوم بتحويل هذه القيم الوصفية إلى قيم عددية حقيقية تُسمى بالمتغير العشوائي والتي تستخدم للتعبير عن نتائج التجربة العشوائية، وسوف ندرس في هذه الوحدة نوعين من المتغيرات العشوائية وهما:

المتغيرات العشوائية المنقطعة Discrete Random Variables

المتغيرات العشوائية المتصلة Continuous Random Variables

كما سندرس كذلك دوال التوزيعات الاحتمالية للمتغيرات العشوائية والتي تنقسم إلى:

دالة التوزيعات الاحتمالية المنقطعة Probability Distribution Function of Discrete Random Variable

دالة التوزيعات الاحتمالية المتصلة (دوال الكثافة) Probability Density Function

### أهداف الوحدة



في نهاية الوحدة وبعد تنفيذ الأنشطة فيها من المتوقع أن يكون الطالب قادراً على أن:

- يعرف مفهوم المتغير العشوائي، ويُميز بين المتغير العشوائي المنقطع (المنفصل) والمتصل.
- يعرف مفهوم دالة الكثافة لمتغير عشوائي متصل ويعرف خواصها ويستخدمها في حساب احتمال وقوع قيمة المتغير العشوائي داخل فترة معينة.
- يعرف مفهوم المتوسط (التوقع) والتباين.
- يستنتج الانحراف المعياري لمتغير عشوائي.
- يعين معامل الاختلاف.
- يعرف التوزيعات المتصلة.



## المصطلحات الأساسية

معامل الاختلاف	التوزيعات الاحتمالية	Random Variable	المتغير العشوائي
Coefficient of Variation	Probability Distributions		المتغير العشوائي المنقطع
Probability Density	Expectation (Mean)	Discrete Random Variable	التوقع (المتوسط)
كثافة احتمالية	Variance		التباين

## الأدوات والوسائل

الآلة حاسبة علمية

## دروس الوحدة

- الدرس (١ - ١): المتغير العشوائي المنقطع.
- الدرس (٢ - ١): التوقع (المتوسط) والتباين للمتغير العشوائي المنقطع.
- الدرس (٣ - ١): دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل

## مخطط تنظيمي للوحدة

### المتغير العشوائي والتوزيع الاحتمالي





# المتغير العشوائي المتقطع

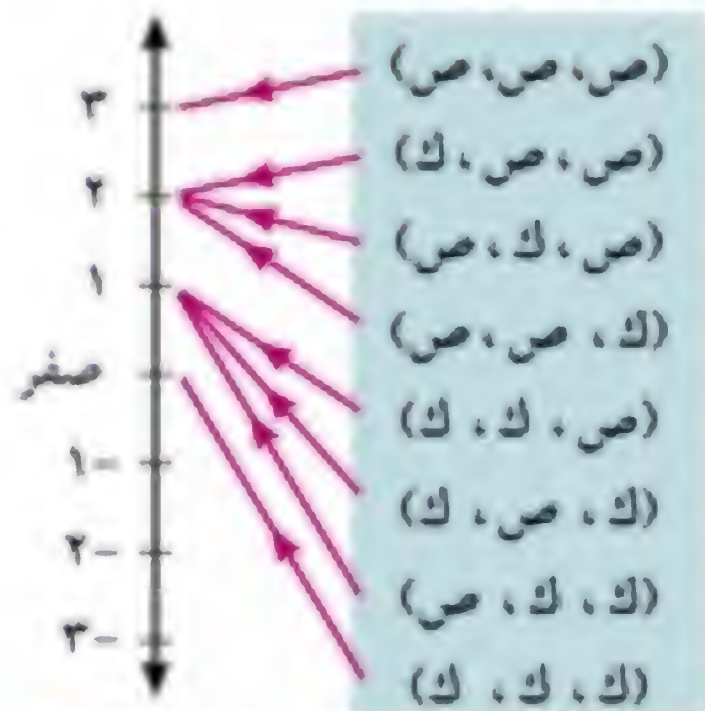
## Random Variable

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

المتغير العشوائي المستمر Continuous Random Variable	المتغير العشوائي Random Variable	المتغير العشوائي المتصل التوزيعات الاحتمالية	المتغير العشوائي المتغير العشوائي المتقطع
التوزيعات الاحتمالية Probability Distributions	المتغير العشوائي المتقطع Discrete Random Variable		

**مقدمة:** سبق أن درست التجربة العشوائية، وأمكنك إيجاد فضاء العينة لها، وفي هذا الدرس سوف نتعرف متغيراً جديداً مرتبطاً بهذه التجربة العشوائية وهو المتغير العشوائي. وسوف ندرس في هذا الدرس كيفية وصف مفردات ظاهرتين مختلفتين من حيث العلاقة بينهما.



### المتغير العشوائي:

في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية فإن فضاء العينة ف يتحدد كما في الشكل المقابل. فإذا طُلب في هذه التجربة إيجاد «عدد الصور» التي تظهر في فضاء العينة ف فإننا نرسم مخططاً يظهر العلاقة بين ف (كمتغير مستقل)، وعدد الصور وهو عدد حقيقي ح «كمتغير تابع» وهذه العلاقة تعبر عن دالة، وتكتب رمزياً كالآتي:  $Y = f(X)$  حيث  $X$  يرمز إلى المتغير العشوائي.

### تذكر أن

تحدد الدالة بالآتي:

- المجال
- المجال المقابل
- قاعدة الدالة
- مدى الدالة هو مجموعة صور
- عناصر المجال في المجال المقابل

المتغير العشوائي هو دالة مجالها مجموعة عناصر فضاء العينة ف ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

ويكون مدى المتغير العشوائي  $Y = \{0, 1, 2, 3\}$  في المثال السابق

**لاحظ أن:** المتغير العشوائي يجرى فضاء العينة ف إلى أحداث متنافية، كل حدث منها يرتبط بعدد حقيقي، وهذا الارتباط يُعبر عن دالة  $Y = f(X)$  من فضاء العينة ف إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

Discrete Random Variable

### المتغير العشوائي المتقطع

المتغير العشوائي المتقطع (المنفصل أو الوثاب): مداه مجموعة محدودة (منتهية) أي قابلة للحصر من الأعداد الحقيقية.

ومن أمثلة ذلك:

عدد الأسهم المخصصة لأحد الأفراد في اكتاب شركة مساهمة.



- ◀ عدد الحوادث على إحدى الطرق السريعة خلال أسبوع.
- ◀ عدد المكالمات التليفونية الصادرة لأسرة خلال شهر.

مثال

### المتغير العشوائى المتقطع

- ١ فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية، إذا كان المتغير العشوائى  $X$  يعبر عن « عدد الصور - عدد الكتابات » اكتب مدى المتغير العشوائى.

الحل

ف = { (ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك) }

فضاء العينة ف	$X$ : عدد الصور - عدد الكتابات
(ص، ص، ص)	$3 - 0 = 3$
(ص، ص، ك)	$1 - 2 = 1$
(ص، ك، ص)	$1 - 2 = 1$
(ص، ك، ك)	$1 - 2 = 1$
(ك، ص، ص)	$1 - 2 = 1$
(ك، ص، ك)	$1 - 2 = 1$
(ك، ك، ص)	$1 - 2 = 1$
(ك، ك، ك)	$3 - 0 = 3$

مدى المتغير العشوائى = { -3، -1، 1، 3 }

٢ حاول أن تحل

- ١ فى المثال السابق أوجد مدى المتغير العشوائى الذى يعبر عن: عدد الصور \* عدد الكتابات.

مثال

### المتغير العشوائى المتقطع

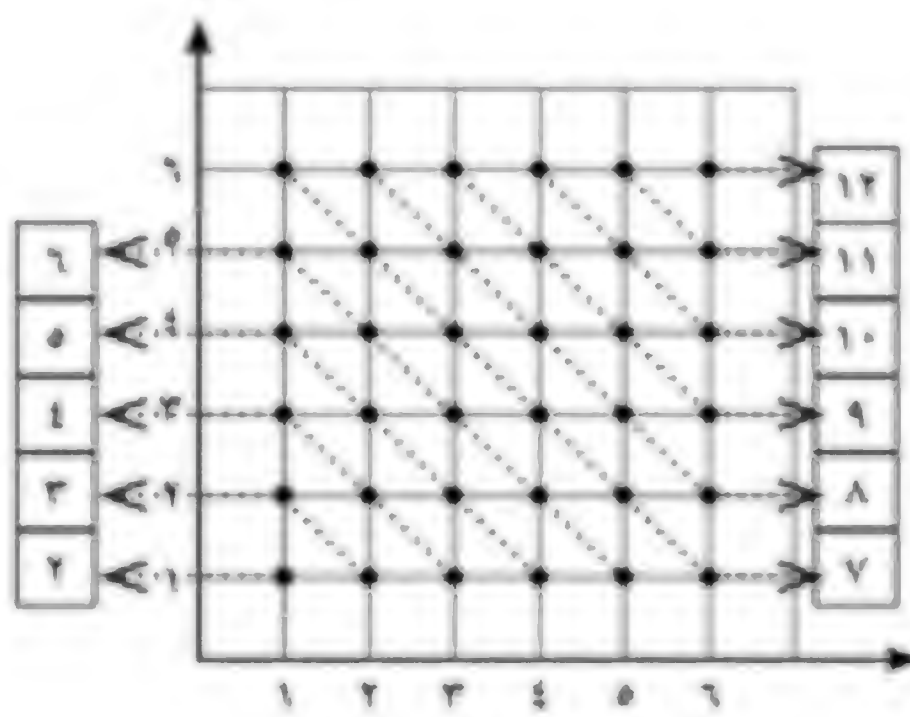
- ٢ ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، أوجد المتغير العشوائى الذى يعبر عن مجموع العددين الظاهرين.

الحل

فضاء العينة ف	$X$ : مجموع العددين
(١، ١)	٢
(١، ٢)، (٢، ١)	٣
(١، ٣)، (٢، ٢)، (٣، ١)	٤
(١، ٤)، (٢، ٣)، (٣، ٢)، (٤، ١)	٥
(١، ٥)، (٢، ٤)، (٣، ٣)، (٤، ٢)، (٥، ١)	٦

فضاء العينة ف	$X$ : مجموع العددين
(١، ٦)، (٢، ٥)، (٣، ٤)، (٤، ٣)	٧
(٢، ٦)، (٣، ٥)، (٤، ٤)، (٥، ٣)	٨
(٣، ٦)، (٤، ٥)، (٥، ٤)، (٦، ٣)	٩
(٤، ٦)، (٥، ٥)، (٦، ٤)	١٠
(٥، ٦)، (٦، ٥)	١١
(٦، ٦)	١٢





من الجدول السابق نجد أن مدى المتغير العشوائي

$$S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

يمكن استخدام الشكل الجانبي لإيجاد مدى المتغير العشوائي  $S$ .

**٢** حاول أن تحل

في المثال السابق أوجد مدى المتغير العشوائي الذي يعبر عن: «أكبر العددين الظاهرين».

## التوزيعات الاحتمالية

Probability Distribution Function of Discrete Random Variable

دالة التوزيعات الاحتمالية المتقطعة

إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه المجموعة:  $\{s_1, s_2, s_3, \dots, s_r, \dots, s_n\}$  فإن الدالة د المعرفة كالآتي:  $D(s_r) = L$  لكل  $r = 1, 2, 3, \dots$  تحدد ما يسمى بدالة التوزيعات الاحتمالية المتقطعة للمتغير العشوائي  $S$  والذي يعبر عنه بمجموعة الأزواج المرتبة المحددة لبيان الدالة  $D$ .

**أي أن** التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S = \{(s_1, D(s_1)), (s_2, D(s_2)), (s_3, D(s_3)), \dots, (s_n, D(s_n))\}$

**ملاحظة:** يمكن كتابة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$  في صورة جدول كالآتي:

$s_r$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$\dots$	$s_n$
$D(s_r)$	$D(s_1)$	$D(s_2)$	$D(s_3)$	$\dots$	$D(s_n)$

ويلاحظ أن الدالة  $D$  في التعريف السابق تحقق الشرطين الآتيين.

$$1 - D(s_r) \geq 0 \quad \text{لكل } r = 1, 2, 3, \dots, n$$

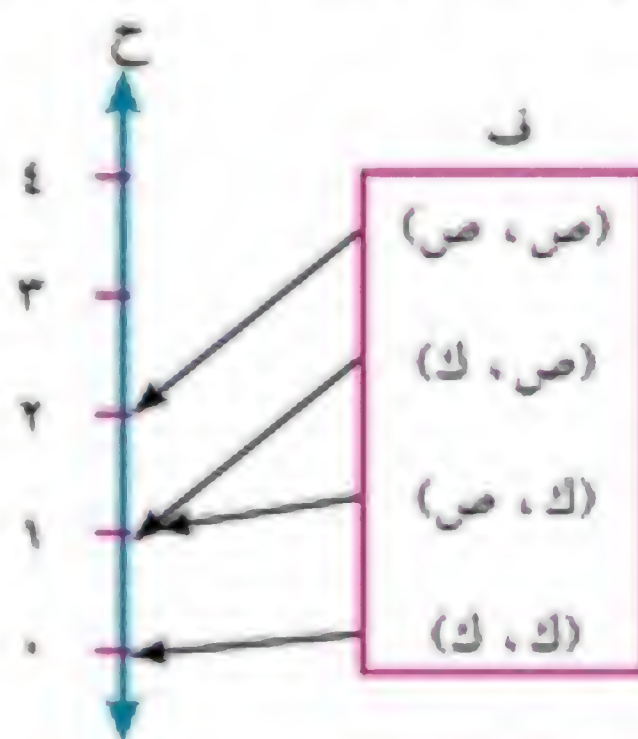
$$2 - D(s_1) + D(s_2) + D(s_3) + \dots + D(s_n) = 1$$

**مثال**

### دالة التوزيع الاحتمالي

**٢** ألقيت قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه الظاهر، اكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$  الذي يعبر عن عدد مرات ظهور الصورة.

**الحل**



$$F = \{(ص, ص), (ص, ك), (ك, ص), (ك, ك)\}$$

نجد من الشكل الجانبي أن مدى المتغير العشوائي الذي يعبر عن عدد ظهور

$$صورة = \{0, 1, 2\}$$

$$D(0) = L(S=0) = \frac{n(S=0)}{n(F)} = \frac{1}{4}$$



$$د(١) = ل(س = ١) = \frac{ن(س = ١)}{ن(ف)} = \frac{٢}{٤} ، د(٢) = ل(س = ٢) = \frac{ن(س = ٢)}{ن(ف)} = \frac{١}{٤}$$

وتكون دالة التوزيع الاحتمالي هي:

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

٤ حاول أن تحل

٢ في المثال السابق اكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س الذي يعبر عن: (عدد مرات ظهور الصورة - عدد مرات ظهور الكتابة).

مثال

السحب دون إحلال

٤ صندوق به ٥ بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٥ ، سُحبت منه بطاقتان واحدة بعد الأخرى بدون إحلال (دون إرجاع) ، أوجد دالة التوزيع الاحتمالي لكل من المتغير العشوائي الذي يعبر عن أصغر العددين على البطاقتين المسحوبتين.

الحل

طالما أن سحب البطاقات يتم بدون إرجاعها إلى الصندوق ، فإن البطاقة التي تسحب لا تتكرر ثانية، بمعنى أن أزواج البطاقات التي تحمل الأرقام (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٥) لا تكون ضمن فضاء العينة كما هو موضح بالشكل المقابل.

$$ن(ف) = ٢٠$$

من الشكل المقابل نجد أن مدى المتغير العشوائي س هو:

$$س = \{١ ، ٢ ، ٣ ، ٤\} \text{ وأن:}$$

$$د(١) = ل(س = ١) = \frac{٨}{٢٠}$$

$$د(٢) = ل(س = ٢) = \frac{٦}{٢٠}$$

$$د(٣) = ل(س = ٣) = \frac{٤}{٢٠}$$

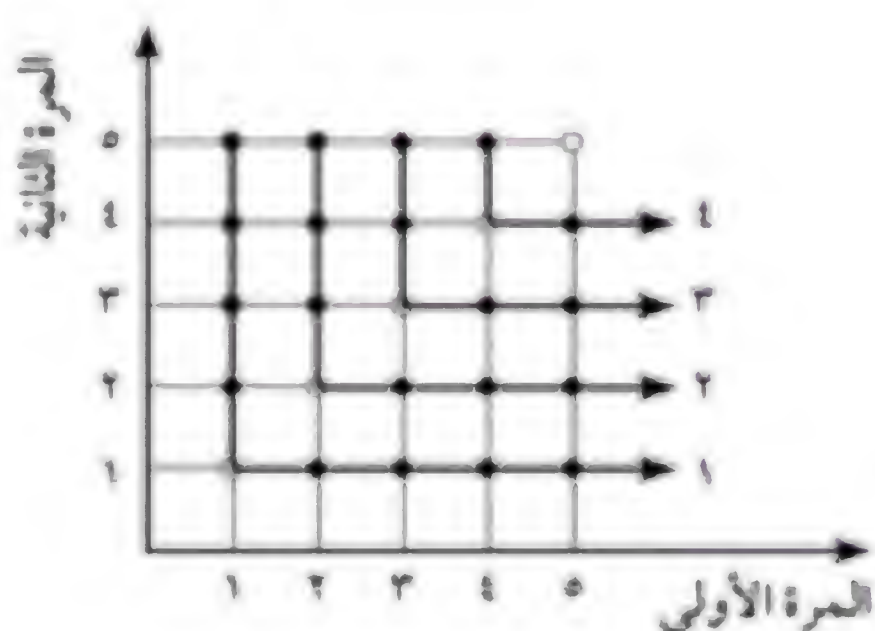
$$د(٤) = ل(س = ٤) = \frac{٢}{٢٠}$$

دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س يعطى كما بالجدول الآتي:

س	١	٢	٣	٤
د(س)	$\frac{٨}{٢٠}$	$\frac{٦}{٢٠}$	$\frac{٤}{٢٠}$	$\frac{٢}{٢٠}$

٤ حاول أن تحل

٤ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة ، أوجد دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي الذي يعبر عن أكبر العددين الظاهرين على الوجهين العلويين.







مثال

### استخدام قاعدة الدالة

٥ إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً ودالة توزيعه الاحتمالي تتحدد بالعلاقة:

$$د(س) = \frac{ك + ٢}{٢٤} \text{ حيث } س = ٠, ١, ٢, ٣ \text{ فأوجد قيمة } ك \text{ ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي.}$$

الحل

$$\therefore د(٠) = ل(س = ٠) = \frac{ك}{٢٤} \quad , \quad د(١) = ل(س = ١) = \frac{ك + ٢}{٢٤}$$

$$د(٢) = ل(س = ٢) = \frac{ك + ٤}{٢٤} \quad , \quad د(٣) = ل(س = ٣) = \frac{ك + ٦}{٢٤}$$

$$\therefore ل(س = ٠) + ل(س = ١) + ل(س = ٢) + ل(س = ٣) = ١$$

$$\therefore ١ = \frac{ك}{٢٤} + \frac{ك + ٢}{٢٤} + \frac{ك + ٤}{٢٤} + \frac{ك + ٦}{٢٤}$$

$$\therefore ١ = \frac{ك + ك + ٢ + ك + ٤ + ك + ٦}{٢٤} \quad \therefore ٢٤ = ١٢ + ٤ ك$$

$$\therefore ٣ = ك$$

$$\therefore ١٢ = ٤ ك$$

$$\therefore ١٢ - ٢٤ = ك$$

لإيجاد دالة التوزيع الاحتمالي نوجد:

$$ل(س = ٠) = \frac{ك}{٢٤} = \frac{٣}{٢٤} \quad , \quad ل(س = ١) = \frac{ك + ٢}{٢٤} = \frac{٥}{٢٤}$$

$$ل(س = ٢) = \frac{ك + ٤}{٢٤} = \frac{٧}{٢٤} \quad , \quad ل(س = ٣) = \frac{ك + ٦}{٢٤} = \frac{٩}{٢٤}$$

$\therefore$  دالة التوزيع الاحتمالي هي:

س	٠	١	٢	٣
د(س)	$\frac{٣}{٢٤}$	$\frac{٥}{٢٤}$	$\frac{٧}{٢٤}$	$\frac{٩}{٢٤}$

٦ حاول أن تحل

٥ إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه = { ١ , ٢ , ٣ } ودالة توزيعه الاحتمالي تتحدد بالعلاقة د(س) =  $\frac{١ + س}{٩}$

أوجد قيمة ١ ، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي.





### تمارين ٣ - ١



أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) أي من الدوال الآتية تمثل دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ:

٥	٣	١	٠	سـ
٠,٢-	٠,٤	٠,٣	٠,٥	(دسـ)

٤	٣	٢	١	سـ
٠,٢٦	٠,٤٢	٠,١٥	٠,٠٦	(دسـ)

٦	٥	٤	٣	سـ
٠,١٨	٠,١٧	٠,٢٢	٠,٢٣	(دسـ)

٢	١	١-	٢-	سـ
٠,٢١	٠,٢٣	٠,١٤	٠,٢٢	(دسـ)

٢) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً مداه { ٢ ، ١ ، ٠ } ، فإن جميع الدوال الآتية لا تمثل دالة التوزيع الاحتمالي له ماعدا الدالة:

١) د(س) =  $\frac{1+s^2}{8}$     ب) د(س) =  $\frac{1+s^2}{3}$     ج) د(س) =  $\frac{1}{2+s}$     د) د(س) =  $\frac{1-s^2}{6}$

٣) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً مداه { ٣ ، ٢ ، ١ } وكان ل(س=١) = ٠,٣ ، ل(س=٢) = ٠,٥ فإن ل(س=٣) تساوي:

١) ٠,١    ب) ٠,٢    ج) ٠,٧    د) ٠,٨

٤) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً مداه { ١ ، ٢ ، ١- ، ٠ } وكان ل(س=١-) = ٠,٢ ، ل(س=٠) = ٠,٤ ، ل(س=١) = ٠,١ فإن ل(س=٢) تساوي:

١) ٠,٣    ب) ٠,٤    ج) ٠,٥    د) ٠,٦

٥) في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وكان سـ هو المتغير العشوائي الذي يعبر عن: «عدد الصور - عدد الكتابات» فإن مدى سـ هو:

١) { ٣ ، ١ }    ب) { ٣ ، ١ ، ٠ }    ج) { ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }    د) { ٣- ، ١- ، ١ ، ٣ }

٦) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه { ٢ ، ١ ، ٠ } ودالة توزيعه الاحتمالي تتحدد بالعلاقة: د(س) =  $\frac{1}{6}$  فإن قيمة ١ تساوي:

١)  $\frac{1}{4}$     ب) ١    ج)  $\frac{2}{3}$     د) ٢

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) الجدولان الآتيان يبيان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ ، أوجد قيمة ١ في كل جدول:

٢	١	٠	١-	٢-	سـ
١	١٣	٠,٣	٠,٢	١	(دسـ)

٣	٢	٢	١	سـ
١٣	١٢	١٢	١	(دسـ)

٤	٣	١	٠	سـ
١٣	١٢	١٢	١	(دسـ)



- ٨ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه = ( ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ) وكانت قيم ل ( سـ = ٠ ) = ٠ ، ٢ ، ل ( سـ = ١ ) = ٠ ، ٣٣ ، ل ( سـ = ٢ ) = ٠ ، ٣٧ فأوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ.
- ٩ إذا كانت قيم المتغير العشوائي سـ في تجربة عشوائية هي : ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٤ باحتمالات قدرها  $\frac{1}{6}$  ،  $\frac{1}{6}$  ،  $\frac{1}{6}$  ،  $\frac{1}{6}$  على الترتيب فأوجد قيمة م ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير سـ.
- ١٠ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً ودالة توزيعه الاحتمالي يتحدد بالعلاقة:
- د(س) =  $\frac{12}{5} + \frac{3}{5}س$  ومدى سـ = ( ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ) أوجد قيمة أ واكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير سـ.
- ١١ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً وتوزيعه الاحتمالي يتحدد بالدالة د(س) =  $\frac{ك}{5} + \frac{3}{5}س$  ; حيث س = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ فأوجد قيمة ك، ثم اكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير سـ.
- ١٢ في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي سـ يعبر عن « عدد الصور - عدد الكتابات » فاكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير سـ.
- ١٣ صندوقان بكل منهما ثلاث كرات مرقمة من ٣ إلى ٥ سحبت كرة عشوائياً من كل صندوق وعرف المتغير العشوائي سـ بأنه « مجموع العددين » الموجودين على الكرتين المسحوبتين. أوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ.
- ١٤ في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذي يظهر على الوجه العلوى في كل مرة ، اكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ الذي يعبر عن « أصغر العددين الظاهرين ».
- ١٥ صندوق به ٤ كرات مرقمة من ١ إلى ٤ ، سحبت منه كرتان واحدة بعد الأخرى (مع الإحلال) ، اكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ الذي يعبر عن « المتوسط للرقمين على الكرتين المسحوبتين ».
- ١٦ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً يعبر عن عدد البنات في أسرة لديها ثلاثة أطفال ، اكتب مدى المتغير العشوائي سـ ، وإذا فرضنا أن احتمال إنجاب ولد يساوى احتمال إنجاب بنت بفرض عدم وجود توأم. أوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي سـ « يراعى ترتيب الأولاد والبنات ».



### سوف تتعلم

### المصطلحات الأساسية

التوقع (المتوسط)	التوقع (المتوسط)	معامل الاختلاف	معامل الاختلاف:
التباين	التباين	معامل الاختلاف	Coefficient of Variation
	Variance	Expectation (Mean)	

**مقدمة:** لتحديد صفات التوزيع الاحتمالي (أى تحديد صفات المجتمع الأصلي أو للمقارنة بين المجتمعات المختلفة) فإنه يلزمنا بعض المعالم الأساسية لقياس القيمة المتوسطة لها وهى القيمة التى تتجمع حولها القيم الممكنة للمتغير العشوائى وتعرف بالتوقع (المتوسط) ، وهناك أيضًا قيم أخرى تقيس تشتت قيم المتغير العشوائى عن قيمة المتوسط تعرف بالتباين ، لذلك فإن التوقع والتباين يلخصان أهم صفات المتغيرات العشوائية.

### التوقع (المتوسط): Expectation (Mean)

التوقع هو القيمة التى تتركز عندها معظم قيم المتغير العشوائى ويسمى أحيانًا «المتوسط» ويرمز له بالرمز  $(\mu)$  ويقرأ (ميو).

إذا كان  $x$  متغير عشوائيًا متقطعًا دالة التوزيع الاحتمالي له هى  $D$  ومداها هو:  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  باحتمالات  $D(x_1), D(x_2), D(x_3), \dots, D(x_n)$  على الترتيب فإن التوقع يعطى بالعلاقة:

$$\text{التوقع } (\mu) = \sum_{r=1}^n x_r \cdot D(x_r)$$

**أى أن:** التوقع  $(\mu) = x_1 \cdot D(x_1) + x_2 \cdot D(x_2) + x_3 \cdot D(x_3) + \dots + x_n \cdot D(x_n)$

مثال

١ إذا كان  $x$  متغيرًا عشوائيًا متقطعًا توزيعه الاحتمالي مبينًا بالجدول الآتى:

س	١-	٠	١	٢	٣
د(س)	٠,٣	٠,١	٠,١	١	٠,٢

أولاً: أوجد قيمة  $\mu$  ثانياً: أوجد التوقع (المتوسط)

الحل

أولاً: نعلم أن مجموع الاحتمالات يساوى الواحد الصحيح

$$1 = D(x_1) + D(x_2) + D(x_3) + D(x_4) + D(x_5) = 0.3 + 0.1 + 0.1 + 1 + 0.2 = 2.7$$

$$1 = 0.3 + 0.1 + 0.1 + 1 + 0.2$$

$$1 = 0.7 + 1 \therefore 0.3 = 0.7 - 1 = 1$$



ثانيًا:

$$\therefore \text{التوقع } (\mu) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = 0,3 \times 3 + 0,3 \times 2 + 0,1 \times 1 + 0,1 \times 0 + 0,3 \times 1 = 1,6 + 0,6 + 0,1 + 0 + 0,3 = 2,6$$

٤ حاول أن تحل

- ١ إذا كان س متغيرًا عشوائيًا مداه = {0, 1, 2, 3, 4} وكان:  
 $L(س=0) = L(س=4) = \frac{1}{16}$ ,  $L(س=1) = L(س=3) = \frac{1}{4}$   
 أوجد: أولًا:  $L(س=2)$  ثانيًا: التوقع

مثال

- ٢ إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا توزيعه الاحتمالي كالآتي:

س	٠	١	٢	٣	٤
د(س)	0,1	0,1	0,3	1	0,3

احسب قيمة أ، ب إذا كان التوقع  $\mu = 3,5$

الحل

من خواص التوزيع الاحتمالي:  $د(٠) + د(١) + د(٢) + د(٣) + د(٤) = 1$   
 $0,1 + 0,1 + 0,3 + 1 + 0,3 = 1 \therefore 0,8 = 1 \therefore 0,2 = 1$   
 $\therefore \text{التوقع } (\mu) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = 0,3 \times 3 + 0,3 \times 2 + 0,1 \times 1 + 0,1 \times 0 + 0,3 \times 1 = 2,6$   
 $3,5 = 0,3 \times 3 + 0,2 \times ب + 0,3 \times 2 + 0,1 \times 1 + 0,1 \times 0 \therefore$   
 $3,5 = 1,8 + 0,2 \times ب + 0,6 + 0,1 + 0 \therefore 3,5 - 2,5 = 0,2 \times ب \therefore 1 = 0,2 \times ب \therefore 5 = ب$

٤ حاول أن تحل

- ٢ إذا كان س متغيرًا عشوائيًا متقطعًا توزيعه الاحتمالي مبينًا بالجدول الآتي:

س	٠	٢	٣	٤
د(س)	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	ل

أولًا: أوجد قيمة ل ثانيًا: أوجد التوقع

التباين: Variance

التباين لمتغير عشوائي متقطع س يقيس مقدار التشتت للمتغير العشوائي عن قيمته المتوقعة، ويرمز له بالرمز  $(\sigma^2)$  ويقرأ (سيجما تربيع) ويعطى بالعلاقة:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i - (\mu)^2$$



**ملاحظة:** الانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $\sigma$  هو الجذر التربيعي للتباين ويرمز له بالرمز  $\sigma$ ، ويلاحظ أن التباين والانحراف المعياري كميات موجبة دائماً.

**مثال**

٢ إذا كان  $\sigma$  متغيراً عشوائياً متقطعاً ودالة توزيعه الاحتمالي هي  $D(s) = \frac{s+4}{16}$  حيث  $s = 0, 1, 2, \dots$  فأوجد قيمة  $\mu$  ثم أوجد المتوسط والتباين للمتغير العشوائي  $\sigma$ .

**الحل**

من خواص دالة التوزيع الاحتمالي:

$$1 = D(s=0) + D(s=1) + D(s=2) + \dots$$

$$1 = \frac{4}{16} + \frac{5}{16} + \frac{s+4}{16} + \frac{2}{16} + \dots$$

$$1 = \frac{s+17}{16} \therefore 16 = s+17 \therefore s = -1$$

س	د(س)	س <sup>٢</sup> د(س)	س <sup>٣</sup> د(س)
٢-	$\frac{2}{16}$	$\frac{4-}{16}$	$\frac{8}{16}$
١-	$\frac{3}{16}$	$\frac{3-}{16}$	$\frac{3}{16}$
١	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$
٢	$\frac{6}{16}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{24}{16}$
		$\frac{0}{8}$	$\frac{0}{4}$

$$\text{التوقع } (\mu) = \sum_{s=1}^{\infty} s \times D(s) = \frac{0}{8}$$

$$\text{التباين } (\sigma^2) = \sum_{s=1}^{\infty} s^2 \times D(s) - (\mu)^2 = \frac{130}{64} - \left(\frac{0}{8}\right)^2 = \frac{130}{64}$$

**٤ حاول أن تحل**

٢ إذا كان  $\sigma$  متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي يتحدد بالدالة  $D(s) = \frac{1}{s+1}$

حيث  $s = 0, 1, 2, 3, \dots$  أوجد: أولاً: قيمة  $\mu$  ثانياً: التوقع والانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $\sigma$ .

**معامل الاختلاف:** Coefficient of Variation

عند دراستنا للانحراف المعياري كمقياس لتشتت قيم المتغير العشوائي عن توقعه علمنا بأنه يقاس بنفس وحدات المتغير موضوع البحث سواء كانت هذه الوحدات درجات أو أمتار أو كجم .. إلخ أي أنه يصلح أيضاً في مقارنة مجموعتين لهما نفس الوحدات ونفس المتوسطات. أما إذا اختلفت الوحدات أو المتوسطات بين المجموعتين فإنه يتعذر استخدام الانحراف المعياري كمقياس للمقارنة ومن هنا نشأت الحاجة إلى مقياس نسبي للتشتت يخلصنا من هذه الوحدات المختلفة ويمثل معامل الاختلاف حلاً مناسباً لهذه المشكلة.



يعرف معامل الاختلاف لأي مجموعة من المفردات بأنه النسبة المئوية بين الانحراف المعياري للمجموعة والتوقع (المتوسط) لها ويتحدد كما في العلاقة الآتية:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط}} \times 100\% = \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$$

وهذا المعامل يصور تشتت المجموعة في صورة نسبة مئوية مجردة من التمييز بحيث لا تتأثر بالوحدات المقيسة بها الظاهرة.

**مثال**



٤ إذا كان التوقع والانحراف المعياري لدرجات مجموعة من الطلاب في مادتي التاريخ والجغرافيا كانت على النحو التالي ، علمًا بأن الدرجة النهائية هي ١٠٠.

المفاتيح	امتحان التاريخ	امتحان الجغرافيا
التوقع	٧٠	٩٦
الانحراف المعياري	٧	٨

أوجد معامل الاختلاف لكل مادة - ماذا تلاحظ ؟

**الحل**

$$\therefore \text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط}} \times 100\%$$

$$\therefore \text{معامل الاختلاف لمادة التاريخ} = \frac{7}{70} \times 100\% = 10\%$$

$$\text{معامل الاختلاف لمادة الجغرافيا} = \frac{8}{96} \times 100\% \approx 8.3\%$$

**نلاحظ من الحل:** أن التشتت النسبي لامتحان مادة التاريخ أكبر من التشتت النسبي لامتحان مادة الجغرافيا، وهذا معناه أن امتحان مادة الجغرافيا أكثر تجانسًا من امتحان مادة التاريخ.

**٥ حاول أن تحل**

٤ إذا كان أحد المصانع ينتج نوعين من المصاييح أ، ب وكان متوسط العمر لهما بالساعة ١٨٥٠، ١٥٨٠ وانحرافهما المعياري بالساعة ٢٥٠، ٢٣٠ على الترتيب اوجد معامل الاختلاف لكل نوع - ماذا تلاحظ؟

**مثال**

٥ كيس به ٦ بطاقات، منها بطاقتان تحملان العدد ٢ وثلاث بطاقات تحملان العدد ٣ وبطاقة تحمل العدد ١١، فإذا سحبت بطاقة واحدة عشوائية وعرف المتغير العشوائي س بأنه «العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة». أوجد:



١ دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير س.

ب التوقع والانحراف المعياري للمتغير س. ج معامل الاختلاف.

الحل

١ س تأخذ القيم ٢، ٣، ١١ حيث: د(٢) = ل(س = ٢) =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  ، د(٣) = ل(س = ٣) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  ، د(١١) = ل(س = ١١) =  $\frac{1}{6}$  ، والجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

س	٢	٣	١١
د(س)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

ولحساب التوقع والانحراف المعياري نكون الجدول التالي:

س	د(س)	س <sup>٢</sup> × د(س)	س × د(س)
٢	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
٣	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{3}{2}$
١١	$\frac{1}{6}$	$\frac{121}{6}$	$\frac{11}{6}$
المجموع		٤	٢٦

ب التوقع  $(\mu) = \sum_{i=1}^n s_i \cdot d(s_i) = 4$

التباين  $(\sigma^2) = \sum_{i=1}^n s_i^2 \cdot d(s_i) - (\mu)^2 = 10$

الانحراف المعياري  $\sigma = \sqrt{10} = 3,16$

ج  $\therefore \text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط}} \times 100\%$

$\therefore \text{معامل الاختلاف} = \frac{3,16}{4} \times 100\% = 79\%$

٤ حاول ان تحل

٥ كيس يحتوي على ١٠ بطاقات واحدة تحمل الرقم ١ ، بطاقتان تحمل كل منهما الرقم ٢ ، ثلاث بطاقات تحمل كل منهما الرقم ٣ ، ر أربع بطاقات تحمل كل منهما الرقم ٤ ، فإذا سحب من الكيس عشوائيًا إحدى هذه البطاقات وكان المتغير العشوائي س يعبر عن العدد على البطاقة المسحوبة فأوجد دالة التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير واحسب كلاً من التوقع وانحرافه المعياري ومعامل الاختلاف.





## تمارين ٣ - ٢



أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  هو  $\{(0, 0.25), (1, 0.5), (2, 0.25)\}$  فإن التوقع يساوي:

- أ ٠,٥      ب ١      ج ١,٢٥      د ١,٥

٢) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً وكان التوقع يساوي ٠,٦،  $\frac{3}{5} X^2$  س  $r \times D(X) = 4,36$  فإن الانحراف المعياري له يساوي:

- أ ١,٩٤      ب ٢      ج ٣,٧٦      د ٤

٣) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً وكان التوقع يساوي ٠,٤،  $\frac{3}{5} X^2$  س  $r \times D(X) = 6,16$  فإن التباين له يساوي:

- أ ٢,٤      ب ٥,٧٦      ج ٦      د ٦,٥٦

ثانياً: أوجد التوقع والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي لكل مما يأتي:

٣	١	٤-	٥-	سـ
$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	د(سـ)

٩	٣	٢	سـ
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	د(سـ)

٣	٢	١	٠	١-	٣-	سـ
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	د(سـ)

ثالثاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي مبيناً بالجدول الآتي:

٦	٤	٢	١	سـ
٠,١	١	٠,٣	٠,٢	د(سـ)

أولاً: أوجد قيمة  $\lambda$  ثانياً: أوجد المتوسط والانحراف المعياري

٨) إذا كان مدى المتغير العشوائي  $X$  هو  $\{1, 2, 3, 4\}$

$P(X=1) = \frac{4}{10}$ ،  $P(X=2) = \frac{7}{10}$ ،  $P(X=4) = \frac{1}{10}$  فاحسب توقع وتباين  $X$ .

٩) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ،  $P(X=0) = \frac{1}{16}$ ،

$P(X=1) = \frac{1}{4}$ ،  $P(X=2) = \frac{1}{4}$ ،  $P(X=3) = \frac{1}{4}$ ،  $P(X=4) = \frac{1}{16}$  ثانياً: المتوسط والتباين للمتغير  $X$ .

١٠) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة توزيعه الاحتمالي مبيناً بالجدول الآتي، حيث  $0 < c < 1$

٦	٣	صفر	٣-	سـ
ح	$c^2$	$c$	ح	د(سـ)



فأوجد: أ قيمة ح

ب التوزيع الاحتمالي للمتغير سـ. ج المتوسط والتباين للمتغير سـ.

١١ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي مبيناً بالجدول الآتي:

سـ	١	٢	٤	١
د(سـ)	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,١

احسب قيمة أ إذا كان التوقع  $\mu = 2$  ثم أوجد الانحراف المعياري للمتغير العشوائي سـ.

١٢ إذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع سـ يحدد بالدالة د حيث: د(س) =  $\frac{1}{9}$ ، حيث س = ١، ٢، ٣

أوجد: أ قيمة أ ب احسب التوقع والتباين للمتغير سـ.

١٣ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً وتوزيعه الاحتمالي يحدد بالدالة: د(س) =  $\frac{1}{10}$  حيث س = ٠، ١، ٢، ٣

أوجد: أ قيمة أ ب احسب معامل الاختلاف للمتغير سـ.

١٤ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي يحدد بالدالة: د(س) =  $\frac{1}{16}$  حيث س = ٠، ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٦

فأوجد: أ قيمة م ب المتوسط والتباين للمتغير سـ.

١٥ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي يحدد بالدالة د حيث:

$$د(س) = \frac{1}{3}، س = ٠، ١، ٢، ٣$$

أ أوجد قيمة أ ب أوجد التوقع والتباين.

١٦ إذا كان مدى المتغير العشوائي سـ هو [٠، ١٠) وكان ل(س) = ١٠ وكان التوقع يساوي ١ فأوجد:

أ ل(س) = ٠، ل(س) = ٢ ب أوجد معامل الاختلاف.

١٧ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متوسطه  $\mu = 3$  وتوزيعه الاحتمالي كالاتي:

سـ	٠	٢	ك	٤
د(سـ)	١	١٢	$\frac{1}{4}$	١٥

أ احسب قيمة أ، ك

ب أوجد الانحراف المعياري للمتغير سـ.



## Probability Density Function Of Random Variable

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

كثافة احتمالية Probability Density

دالة الكثافة الاحتمالية

### Continuous Random Variable

### المتغير العشوائى المستمر أو المتصل

المتغير العشوائى المستمر (المتصل): مداه فترة من الأعداد الحقيقية (مغلقة أو مفتوحة)، أى إنها مجموعة غير قابلة للحصر من الأعداد الحقيقية.

ومن أمثلة ذلك:

- أجر عامل بالدولة تم اختياره عشوائياً.
- طول احد المرشحين لفريق كرة السلة.
- درجة الحرارة المتوقعة خلال أحد الأيام.

مثال

### المتغير العشوائى المستمر

٦ النقطة (س، ص) تقع داخل أو على الدائرة س<sup>2</sup> + ص<sup>2</sup> = ٤ التى مركزها نقطة الأصل (و) ونصف قطرها ٢ وحدة طول والمطلوب إيجاد مدى المتغير العشوائى س- الذى يعبر عن بعد النقطة عن مركز الدائرة.

الحل

$$\therefore \text{ف} = \{ (س، ص) : س^2 + ص^2 \geq ٤ \}$$

$\therefore ٠ \leq | | \leq ٢$  حيث أبعد النقطة (س، ص) عن مركز الدائرة.

$$\therefore \text{مدى المتغير العشوائى س-} = [٢، ٠]$$

نلاحظ أن كل نقطة فى هذه الفترة هى قيمة ممكنة للمتغير العشوائى س- كما هو موضح بالشكل

٩ حاول أن تحل

١ إذا كان أقصى عُمر افتراضى لأحد أنواع الهواتف المحمولة «س-» يقدر بـ ١٨ ساعة تشغيل. فاكتب مدى س-.

٩ حاول أن تحل

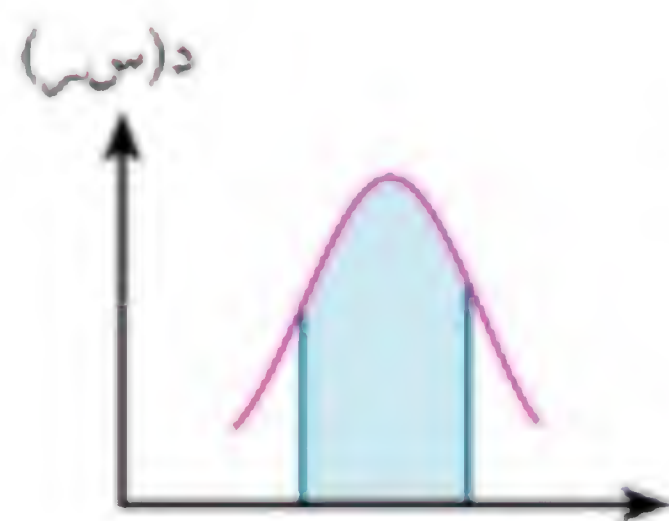
٢ بين أيًا مما يأتى يدل على متغير عشوائى متقطع وأيها يدل على متغير عشوائى متصل.

- عدد أرغفة الخبز التى أنتجها مخبز خلال ساعة.
- الوقت الذى يستغرقه كريم فى انتظار صديقه زياد.
- عدد الأهداف التى سجلها الفريق الفائز فى مباريات كرة اليد.
- عدد المخالفات المرورية المسجلة على طريق مصر - إسكندرية الصحراوى خلال يوم.
- الوقت الذى يستغرقه المعلم فى شرح درس المتغير العشوائى.

الأدوات المستخدمة آلة حاسبة علمية، برامج رسومية للحاسب.



## دالة الكثافة الاحتمالية : Probability Density Function



لأي متغير عشوائي متصل (مستمر)  $s$  توجد دالة حقيقية مداها غير سالب يرمز لها بالرمز  $D(s)$  تسمى دالة الكثافة الاحتمالية يمكن من خلالها إيجاد احتمالات الأحداث المعبرة عنها بواسطة المتغير العشوائي من خلال المساحة المحصورة أسفل منحنى الدالة وأعلى محور السينات ويتم حساب  $P(a < s < b)$  بحساب مساحة الجزء المظلل من منحنى الدالة  $D$  بين القيمتين  $a$  ،  $b$  كما في الشكل المقابل.

وتحقق هذه الدالة الشروط الآتية :

- ◀  $D(s) \geq 0$  لجميع قيم  $s$  التي تنتمي لمجال الدالة.
- ◀ مساحة المنطقة الواقعة أسفل منحنى الدالة  $D$  وأعلى محور السينات تساوي الواحد الصحيح.

مثال

١ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$D(s) = \begin{cases} \frac{1}{4}(2-s), & 1 \leq s \leq 3 \\ 0, & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

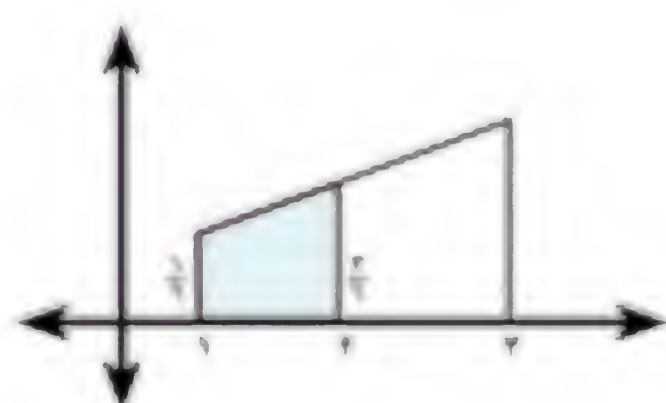
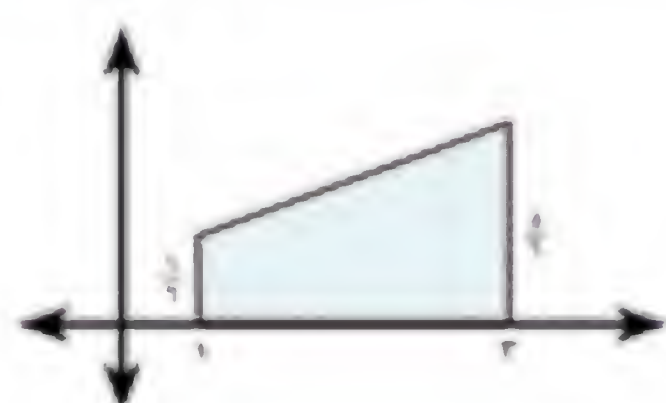
أ أثبت أن : ل  $1 < s < 3$  ،  $1 =$

ب أوجد : ل  $s \geq 2$  ، ل  $s < 2.5$  ، ل  $s \geq 2$  ، ل  $s \geq 2.5$  .

الحل

تفكر أن

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض  
مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع  
مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2}$  مجموع القاعدتين المتوازيتين  $\times$  الارتفاع



$$D(1) = (1-2) \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$D(3) = (1-6) \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$D(2) = (1-4) \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$D(2.5) = (1-5) \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$1 = \int_1^3 D(s) ds = \int_1^3 \frac{1}{4}(2-s) ds = \frac{1}{4} \left[ 2s - \frac{s^2}{2} \right]_1^3 = \frac{1}{4} \left( 6 - \frac{9}{2} - 2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4}{2} - \frac{8}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{-3}{2} \right) = -\frac{3}{8}$$

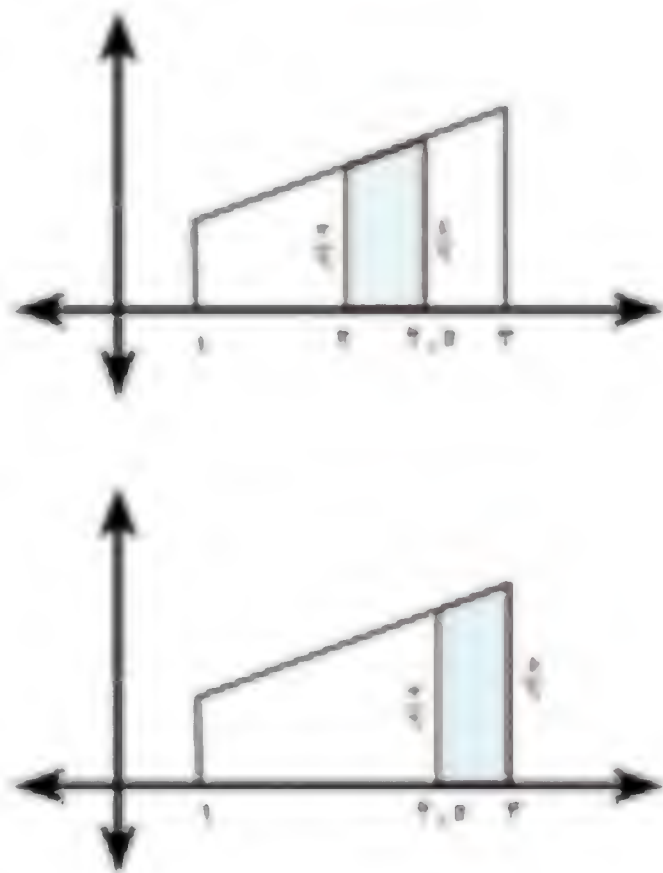
$$1 = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(1 < s < 2) = \int_1^2 D(s) ds = \int_1^2 \frac{1}{4}(2-s) ds = \frac{1}{4} \left[ 2s - \frac{s^2}{2} \right]_1^2 = \frac{1}{4} \left( 4 - \frac{4}{2} - 2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4} \left( \frac{4}{2} - \frac{4}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{8}$$

$$1 \times \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{12} = \frac{4}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$





$$L = (2, 5) \text{ حيث } (2, 5) > S \geq 2$$

$$\frac{1}{2} \times \left( \frac{0}{6} + \frac{4}{6} \right) \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{24} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} \times \frac{1}{2} =$$

$$L = (2, 5) \text{ حيث } (2, 5) \geq S \geq 2$$

$$\frac{7}{24} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{6} \times \frac{1}{2} =$$

**لاحظ أن:**  $L = (2, 5) \text{ حيث } (2, 5) \geq S \geq 2$   $[(2, 5) \leq S] + [(2, 5) \geq S] - 1 = (2, 5) \geq S \geq 2$

$$\frac{7}{24} = \frac{17}{24} - 1 = \left( \frac{2}{8} + \frac{1}{2} \right) - 1 =$$

**٤** حاول أن تحل

**٢** إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متصلًا حيث:

$$D(S) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{5} (2-17) \text{ حيث } 1 > S > 6 \\ \text{صفر} \end{array} \right\}$$

**أ** أثبت أن  $D(S)$  دالة كثافة للمتغير العشوائي  $S$ .

**ب** أوجد  $L = (2, 5)$  **ج** أوجد  $L = (4, 7)$

**مثال**

**٢** إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متصلًا دالة كثافة الاحتمال له هو:

$$D(S) = \left. \begin{array}{l} \frac{2+S}{24} \text{ حيث } 1 > S > 4 \\ \text{صفر} \end{array} \right\}$$

**أ** أوجد قيمة  $K$ . **ب** أوجد  $L = (2, 3)$

**الحل**

$$\therefore L = (1, 4) \text{ حيث } (4 > S > 1)$$

$$\therefore 1 = \frac{2+10}{24} \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore 1 = 3 \times \left( \frac{K+8}{24} + \frac{K+2}{24} \right) \frac{1}{2}$$

$$\therefore K = 3$$

$$\therefore \frac{11}{24} = \frac{3+8}{24} = D(4)$$

$$D(3) = \frac{3+6}{24} = \frac{9}{24}$$

$$\therefore L = (3, 2) \text{ حيث } (2 < S < 3) = 1 \times \left( \frac{11}{24} + \frac{9}{24} \right) \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

**٤** حاول أن تحل

**٤** إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متصلًا دالة كثافة الاحتمال له هو:

$$D(S) = \left. \begin{array}{l} \frac{1+S}{28} \text{ حيث } 5 > S > 1 \\ \text{صفر} \end{array} \right\}$$



١ أوجد قيمة  $\lambda$  إذا كان  $L(\lambda) = \frac{1}{4}$  ب أوجد قيمة  $\lambda$  إذا كان  $L(\lambda) = \frac{1}{4}$  (ب  $\lambda > 2$   $\lambda < 2$ )

### تمارين (٣ - ٣)

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  هو :

$$D(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{4} & \text{حيث } 2 < X < 4 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right.$$

١  $\frac{1}{4}$  ب  $\frac{1}{2}$  ج  $\frac{2}{4}$  د  $\frac{3}{4}$

٢ إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  هو :

$$D(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{6} & \text{حيث } 2 < X < 4 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right.$$

١  $\frac{1}{6}$  ب  $\frac{1}{4}$  ج  $\frac{1}{2}$  د  $\frac{2}{4}$

٣ إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  هو :

$$D(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{6} & \text{حيث } 2 < X < 4 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right.$$

١ صفر ب  $\frac{1}{6}$  ج  $\frac{1}{4}$  د  $\frac{1}{2}$

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

٤ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا حيث :

$$D(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2+X}{18} & \text{حيث } 2 < X < 4 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right.$$

أوجد : أولاً :  $L(\lambda)$  ثانياً :  $L(\lambda)$  (١-  $\lambda > 2$ )

٥ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$D(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1+X^2}{24} & \text{حيث } 2 < X < 5 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right.$$

أوجد : أولاً :  $L(\lambda)$  ثانياً :  $L(\lambda)$  (٣-  $\lambda > 5$ )

٦ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً حيث :

$$D(X) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2(1+X)}{27} & \text{حيث } 2 < X < 5 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right.$$

أولاً : أثبت أن  $D(X)$  دالة كثافة للمتغير العشوائي  $X$ . ثانياً : أوجد  $L(\lambda)$  (٣-  $\lambda < 2$ )



٧ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1+s^2}{18} \text{ حيث } 1 < s < 4 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**أوجد :** أولاً : ل (  $s < 3$  ) **ثانياً :** ل (  $2 < s < 4$  )

٨ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} s \text{ حيث } 0 < s < 4 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**أوجد :** أولاً : قيمة أ **ثانياً :** ل (  $1 < s < 3$  )

٩ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{8} s + 1 \text{ حيث } 0 < s < 4 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**أوجد :** أولاً : قيمة أ **ثانياً :** ل (  $1 < s < 3$  )

١٠ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{s}{4} \text{ حيث } 0 < s < 4 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**أوجد :** أولاً : قيمة أ **ثانياً :** ل (  $1 < s < 3$  )

١١ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1-s}{4} \text{ حيث } 1 < s < 5 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**أوجد :** أولاً : قيمة ك **ثانياً :** ل (  $2 < s < 3$  )

**تفكير ابتداعي :**

١٢ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{s}{6} \text{ حيث } 0 < s < 2 \\ \frac{1}{3} \text{ حيث } 2 < s < 4 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**فاحسب :** أ ل (  $1 < s < 2$  ) **ب** قيمة أ التي تجعل ل (  $2 < s < 4$  ) = 0.5

١٣ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1+s^3}{40} \text{ حيث } 1 \leq s \leq 5 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

وكان أ، ب  $\in [1, 5]$  أوجد

أ قيمة أ إذا كان ل (  $1 < s < 2$  ) =  $\frac{7}{40}$  **ب** قيمة ب إذا كان ل (  $s < 5$  ) =  $\frac{79}{80}$



## ملخص الوحدة

١

المتغير العشوائى هو:

دالة مجالها مجموعة عناصر فضاء العينة ف ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

٢

المتغير العشوائى المتقطع (المنفصل أو الوثاب):

مداه مجموعة محدودة (منتهية) أى قابلة للحصر من الأعداد الحقيقية.

٣

المتغير العشوائى المستمر (المتصل):

مداه فترة من الأعداد الحقيقية (مغلقة أو مفتوحة)، أى إنها مجموعة غير قابلة للحصر من الأعداد الحقيقية.

٤

دالة التوزيعات الاحتمالية المتقطعة :

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه المجموعة:  $\{s_1, s_2, s_3, \dots, s_r\}$  فإن الدالة المعرفة كالآتى:

$$D(s_r) = L(s_r) = \text{لكل } r = 1, 2, 3, \dots$$

تحدد ما يسمى بدالة التوزيعات الاحتمالية المتقطعة للمتغير العشوائى  $X$  والذي يعبر عنه بمجموعة الأزواج المرتبة المحددة لبيان الدالة  $D$ .

**أى أن** التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى  $X = \{(s_1, D(s_1)), (s_2, D(s_2)), (s_3, D(s_3)), \dots, (s_n, D(s_n))\}$

٥

التوقع (المتوسط):

التوقع هو القيمة التى تتمركز عندها معظم قيم المتغير العشوائى ويسمى أحياناً « المتوسط » ويرمز له بالرمز  $(\mu)$  ويقرأ (ميو).

فإذا كان  $X$  متغير عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالى له هي  $D$  ومداه هو:  $\{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$  باحتمالات  $D(s_1), D(s_2), D(s_3), \dots, D(s_n)$  على الترتيب فإن التوقع يعطى بالعلاقة:

$$\text{التوقع } (\mu) = \sum_{r=1}^n s_r \times D(s_r)$$

**أى أن:** التوقع  $(\mu) = s_1 \times D(s_1) + s_2 \times D(s_2) + \dots + s_n \times D(s_n)$

٦

التباين:

التباين لمتغير عشوائى متقطع  $X$  يقيس مقدار التشتت للمتغير العشوائى عن قيمته المتوقعة، ويرمز له بالرمز  $(\sigma^2)$  ويقرأ (سيجما تربيع) ويعطى بالعلاقة:

$$\sigma^2 = \sum_{r=1}^n s_r^2 \times D(s_r) - \mu^2$$

الانحراف المعياري للمتغير العشوائى  $X$  هو الجذر التربيعى للتباين ويرمز له بالرمز  $\sigma$  ، ويلاحظ أن التباين والانحراف المعياري كميات موجبة دائماً.



#### ٧ معامل الاختلاف:

يعرف معامل الاختلاف لأي مجموعة من المقدرات بأنه النسبة المئوية بين الانحراف المعياري للمجموعة والتوقع (المتوسط) لها ويتحدد كما في العلاقة الآتية:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{المتوسط}} \times 100\% = \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$$

وهذا المعامل يصور تشتت المجموعة في صورة نسبة مئوية مجردة من التمييز بحيث لا تتأثر بالوحدات المقيسة بها الظاهرة.

#### ٨ دالة الكثافة الاحتمالية :

لأي متغير عشوائي متصل (مستمر)  $s$  توجد دالة حقيقية غير سالبة يرمز لها بالرمز  $D(s)$  تسمى دالة الكثافة الاحتمالية يمكن من خلالها إيجاد احتمالات الأحداث المعبرة عنها بواسطة المتغير العشوائي من خلال المساحة المحصورة أسفل منحنى الدالة وأعلى محور السينات ويتم حساب  $D(s)$  بحساب مساحة الجزء المظلل من منحنى الدالة  $D$  بين القيمتين  $a$  ،  $b$ .

وتحقق هذه الدالة الشروط الآتية :

١-  $D(s) \geq 0$  لجميع قيم  $s$  التي تنتمي لمجال الدالة  $D$ .

٢- مساحة المنطقة الواقعة أسفل منحنى الدالة  $D$  وأعلى محور السينات تساوي الواحد الصحيح.





## تمارين عامة



أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الآتية :

١ القيمة المتوقعة للتوزيع الاحتمالي التالي هي :

س	صفر	١	٢
د(س)	٠,٢	٠,٣	٠,٥

- أ ١      ب ١,١٤      ج ١,٣      د ١,٥

٢ إذا كان التوقع في التوزيع الاحتمالي التالي :

س	١	٢	ك
د(س)	٠,١	٠,٨	٠,١

يساوي ٢ فإن قيمة ك تساوي

- أ ٣      ب ٤      ج ٥      د ٦

٣ إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$د(س) = \begin{cases} ك & \text{حيث } -٤ < س < ٤ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases} \quad \text{فإن ك =}$$

- أ  $\frac{1}{8}$       ب  $\frac{1}{4}$       ج صفر      د ٤

ثانياً : اجب عن الأسئلة الآتية

٤ إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه =  $\{-٣, -١, ٠, ١, ٣\}$  وكانت قيم ل  $ل(س = -٣) = ل(س = ٣) = \frac{1}{4}$  ، ل  $ل(س = ٠) = \frac{4}{9}$  ، ل  $ل(س = -١) = ل(س = ١) = ١$  فأوجد دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي.

٥ إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً و دالة توزيعه الاحتمالي يتحدد بالدالة د(س) =  $\frac{س^2 + ٤}{١٦}$  حيث  $س = -٢, ٠, ١, ٢$  أوجد قيمة الثابت م، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير س.

٦ إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي يتحدد بالدالة د(س) =  $\frac{س^2}{٦}$  حيث  $س = ٠, ١, ٢, ٣$  فأوجد قيمة أ ثم أوجد ل  $ل(س \geq ٢)$ .

٧ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة، أوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي الذي يعبر عن أكبر العددين الظاهرين على الوجهين العلويين.



٨ صمم حجر نرد بحيث يحمل وجهان منه الرقم ١ ، ووجهان الرقم ٣ ، ووجهان الرقم ٥ ، ألقى هذا الحجر مرتين متتاليتين وملاحظة الرقم الذى يظهر على الوجه العلوى فى كل مرة ، فإذا كان المتغير العشوائى  $X$  يعبر عن الفرق المطلق بين الرقمين الظاهرين .

**أوجد : أولاً :** التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى  $X$ .

**ثانياً :** احتمال أن يكون الفرق المطلق بين الرقمين أقل من ٤ .

٩ حجرا نرد منتظمان، الأول كتب على كل وجهين متقابلين أحد الأعداد (١، ٣، ٥) والثانى كتب على كل وجهين متقابلين أحد الأعداد (٢، ٤، ٦) فإذا ألقى الحجران وكان المتغير العشوائى  $X$  يعبر عن مجموع العددين فأوجد دالة التوزيع الاحتمالى للمتغير  $X$  واحسب المتوسط والانحراف المعياري للمتغير  $X$ .

١٠ صندوقان أ، ب بكل منهما أربع كرات مرقمة من ١ إلى ٤ ، سحبت كرة عشوائياً من كل صندوق ، فإذا كان المتغير العشوائى « مجموع العددين على الكرتين المسحوبتين » فأوجد دالة التوزيع الاحتمالى للمتغير  $X$  واحسب الوسط الحسابى والانحراف المعياري.

١١ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متوسطه  $\mu = 2$  وتوزيعه الاحتمالى كالاتى :

س	١	٠	٢	١
د(س)	$\frac{1}{12}$	ب	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$

**أولاً :** احسب قيمتى أ ، ب **ثانياً :** احسب الانحراف المعياري

١٢ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2-x}{16} & \text{حيث } 0 < x < 4 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

**أوجد : أولاً :** ل (س)  $(2 > \text{س})$  **ثانياً :** ل (س)  $(1 > \text{س} > 4)$

١٣ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{8} & \text{حيث } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

**أوجد : أولاً :** قيمة أ **ثانياً :** ل (س)  $(3 > \text{س})$





## اختبار تراكمي



- ١ في لعبة القرص ذي المؤشر الدوار قسم القرص إلى ١٦ قطاعًا متطابقًا ومرقمًا بالأعداد من ١ إلى ١٦، ما احتمال استقرار المؤشر على عدد فردي إذا علم أنه استقر على عدد أكبر من ٥؟
- ٢ **الربط بالطرق** : الجدول التالي يبين التوزيع الاحتمالي لعدد الحوادث المتوقعة خلال أحد الأيام الممطرة على الطرق.

عدد الحوادث	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦
الاحتمال	٠,١	٠,٢٦	٠,٣١	٠,١٤	٠,١١	٠,٠٦	٠,٠٢

احسب القيمة المتوقعة لعدد هذه الحوادث.

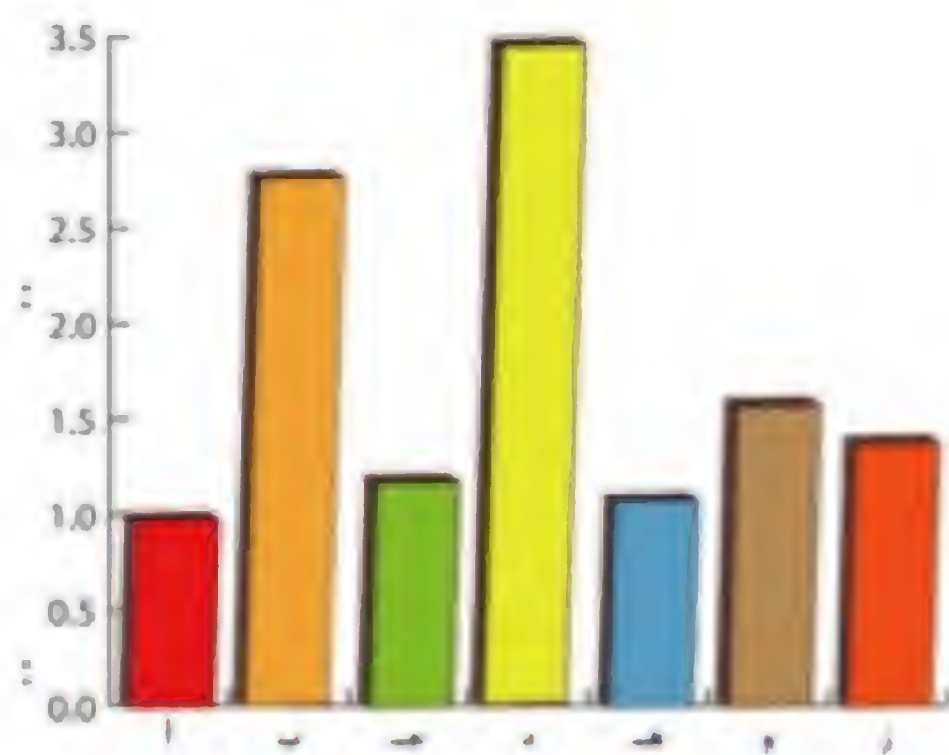
- ٣ **الربط بالإعلام** : سجلت إحدى المواقع الإلكترونية مسحًا لبرامج التلفاز التي يشاهدها المشاهدون بشكل رئيسي فكانت كما في الجدول الآتي :

نوع البرامج	ثقافية	اجتماعية	إخبارية	رياضية	ترفيهية	أخرى
احتمال وقوعها	٠,١٤	٠,٢	٠,٢٤	٠,١٨	٠,١٦	٠,٠٨

أ مثل هذه البيانات بالأعمدة

ب أثبت أن هذه البيانات تمثل توزيعًا احتماليًا

- ج إذا اختير أحد المشاهدين لهذه البرامج عشوائيًا فأوجد احتمال أن تكون مشاهدته للبرامج الاجتماعية أو الرياضية.



د اكتب بحثًا عن أثر الإعلام في تكوين ثقافة المجتمع.

- ٤ **الربط بالرياضة** : اشترك ٧ متسابقين في سباق المسافات القصيرة

فكان احتمال الفوز بهذا السباق كما في التمثيل البياني الآتي

أ بين أن هذه التوزيعات تمثل توزيعًا احتماليًا.

ب أوجد احتمال أن يفوز ب ، أ ، هـ في هذا السباق.

- ٥ إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًا متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي

$$f(s) = \begin{cases} \frac{s+1}{12} & \text{حيث } 0 < s < 4 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

ثانيًا : ل (٢ > سـ > ٥)

أوجد : أولاً : ل (سـ > ٢)



# التوزيع الطبيعي

## Normal Distribution

### الوحدة

٤

#### مقدمة الوحدة

يعد التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية التي تدرس في مقررات الإحصاء نظرًا لاستخداماتها المختلفة لنواتج بعض العمليات في العلوم الطبيعية والاجتماعية والاقتصادية حيث يتعامل مع معظم الظواهر في حياتنا اليومية. وكان أول من استخدم التوزيع الطبيعي العالم الفرنسي إبراهيم دي موافر (Abraham de Moivre) عام ١٧٥٦ م في إحدى مطبوعاته، كما شارك في تطويره عدد من العلماء من أشهرهم العالم الألماني كارل فريدك جاوس (Carl Friedrich Gauss) (١٧٧٧ م - ١٨٥٥ م) والذي يسمى التوزيع الطبيعي أحيانًا باسمه (منحنى جاوس أو منحنى الجرس).



كارل فريدك جاوس



إبراهيم دي موافر

ومن أشهر تطبيقات التوزيع الطبيعي التقييم الإداري للمرؤوسين وذلك لضمان قدر من العدالة، كما يستخدم في دراسة البواقي لتحليل الاتحاد، كما أن له علاقة وطيدة في خرائط الضبط (Control Charts) وغيرها.

#### أهداف الوحدة



في نهاية الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف التوزيع الطبيعي الاعتمالي وخواصه.
- يحول أي متغير عشوائي طبيعي إلى متغير طبيعي معياري.
- يحسب احتمال المتغير المعياري.
- يحسب احتمال المتغير الطبيعي غير المعياري.
- يعرف المتغير العشوائي الطبيعي المعياري، والشكل العام للمنحنى الممثل لدالة الكثافة لهذا المتغير.
- يصف خواص منحنى التوزيع الطبيعي، وبعض الظواهر التي يعبر عنها.
- يفسر نتائج حصل عليها من حساب الاحتمال لمتغير عشوائي طبيعي.
- يوجد قيم احتمالات متغير عشوائي له توزيع طبيعي معياري باستخدام الجداول الإحصائية.



## المصطلحات الأساسية

the Normal Curve	المنحنى الطبيعي	Normal Distribution	التوزيع الطبيعي
	التوزيع الطبيعي المعياري		المتغير العشوائي الطبيعي
Standard normal distribution		Normal Random Variable	

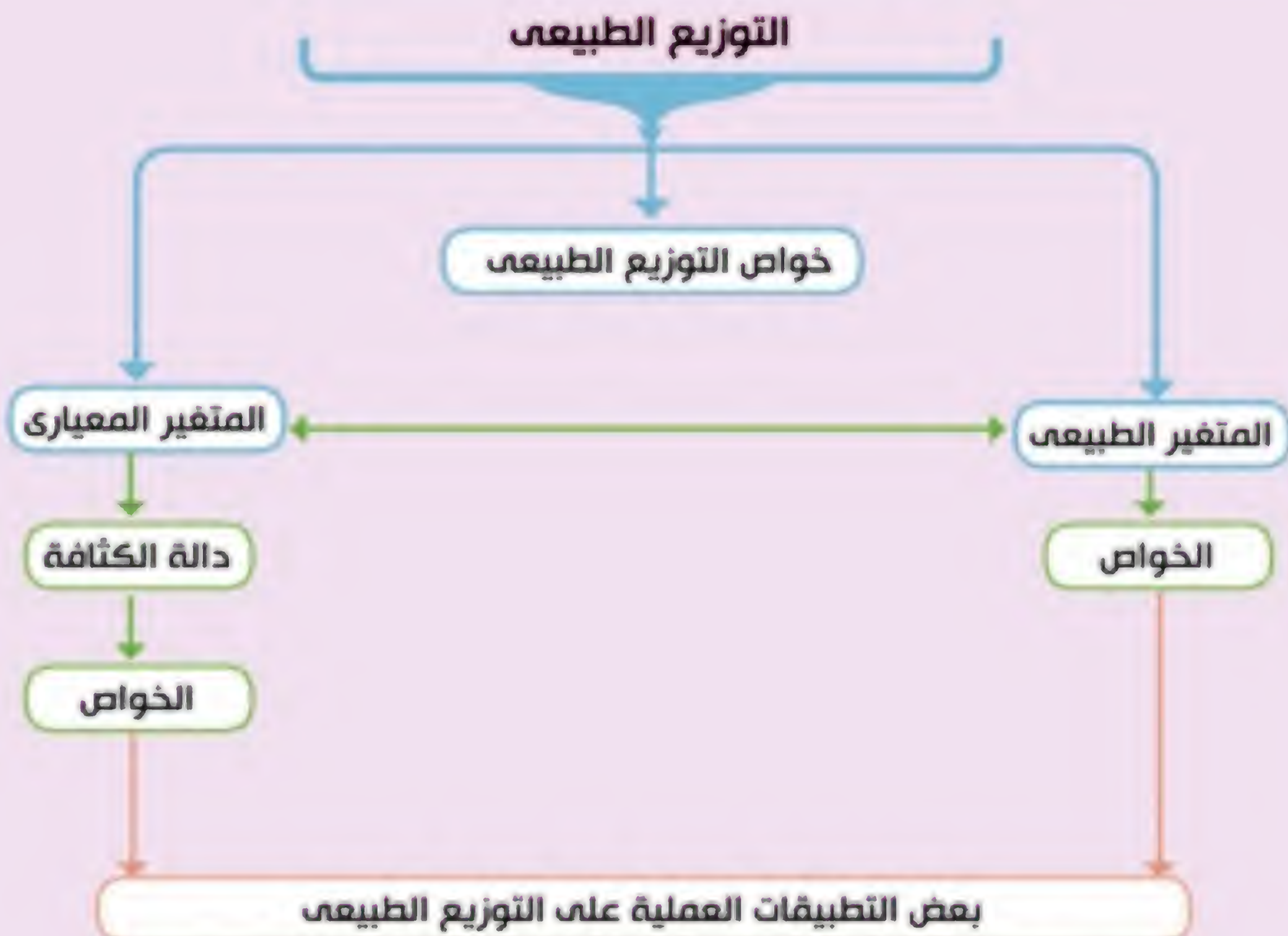
## الأدوات والوسائل

آلة حاسبة علمية

## دروس الوحدة

- الدرس (٤ - ١): التوزيع الطبيعي.
- الدرس (٤ - ٢): بعض التطبيقات العملية على التوزيع الطبيعي.

## مخطط تنظيمي للوحدة





# التوزيع الطبيعي

## Normal Distribution

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

المنحنى الطبيعي  
Normal Curve

التوزيع الطبيعي  
Normal Distribution

خواص دالة الكثافة للتوزيع  
الطبيعي المعياري

المتغير العشوائي الطبيعي  
بعض خواص المنحنى

التوزيع الطبيعي المعياري  
Standard normal distribution

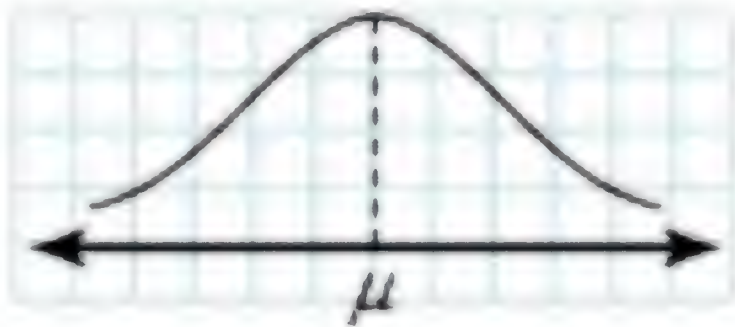
المتغير العشوائي الطبيعي  
Normal Random Variable

حساب الاحتمال للمتغير  
الطبيعي المعياري.

التوزيع الطبيعي المعياري

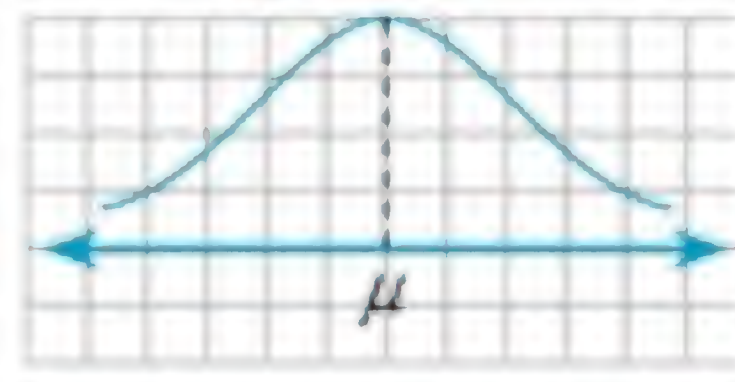
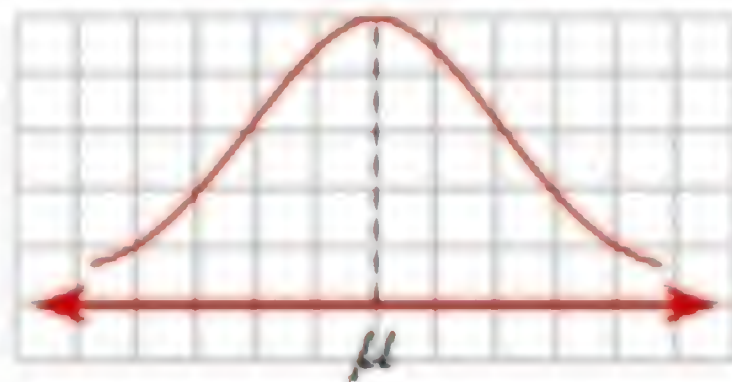
### مقدمة:

يعد التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة لما له من خواص نظرية هامة ، كما يمكن لنواتجه أن تأخذ أى قيمة فى فترة من الأعداد الحقيقية ومثال ذلك أطوال البالغين وأوزان الأطفال عند الولادة ودرجة الذكاء عند الإنسان .... إلخ ويوصف التوزيع الطبيعي بمعادلة رياضية تحدد منحناه وهى تتعين تعييناً تاماً بمعرفة التوقع (المتوسط)  $\mu$  والانحراف المعياري  $\sigma$  ويشبه هذا المنحنى شكل الجرس وهو متماثل حول المستقيم  $\mu =$  ويتقارب طرفاه من المحور الأفقى حيث يمتد طرفاه إلى ما لا نهاية كما هو موضح بالشكل المقابل.



### المتغير العشوائي الطبيعي: Normal Random Variable

يقال للمتغير العشوائي المتصل  $x$  إنه "متغير عشوائي طبيعي" إذا كان مداه يتحدد بالفترة  $-\infty, \infty$  ودالة الكثافة الاحتمالية له تمثل بمنحنى يتخذ دائماً شكل الناقوس (الجرس) ويسمى منحنى دالة الكثافة بالمنحنى الطبيعي أو "منحنى جاوس" ويتحدد شكل المنحنى الطبيعي بمعرفة قيمتين أساسيتين هما: المتوسط  $\mu$  والانحراف المعياري  $\sigma$  للمتغير العشوائي  $x$  كما هو موضح بالأشكال التالية.



### Some Properties of the Normal Curve

### بعض خواص المنحنى الطبيعي

- (١) له قمة واحدة وطرفاه يمتدان إلى  $-\infty, \infty$ .
- (٢) له محور تماثل يمر بالقمة ويقطع المحور الأفقى عند  $\mu$ .
- (٣) مساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى الطبيعي وفوق محور السينات تساوى الواحد الصحيح.
- (٤) من التماثل نجد أن المستقيم  $\mu =$  يقسم المساحة الواقعة تحت المنحنى وفوق محور السينات إلى منطقتين مساحة كل منهما  $= 0.5$ .

الأدوات المستخدمة آلة حاسبة علمية.

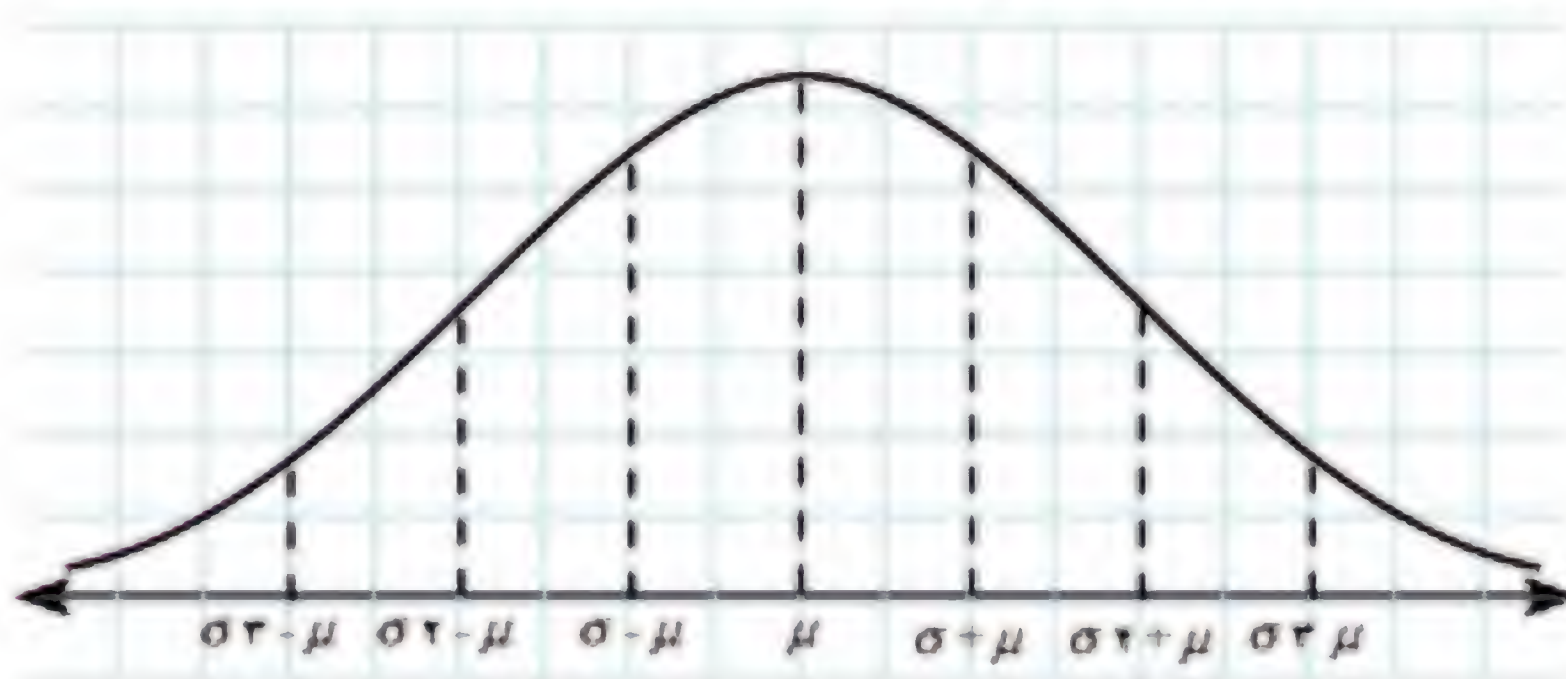


(٥) يمكن حساب المساحة التقريبية للمنطقة أسفل المنحنى وأعلى محور السينات تبعاً للفترة الآتية :

من  $\mu - \sigma$  إلى  $\mu + \sigma = 68,26\%$  من المساحة الكلية .

من  $\mu - 2\sigma$  إلى  $\mu + 2\sigma = 95,44\%$  من المساحة الكلية .

من  $\mu - 3\sigma$  إلى  $\mu + 3\sigma = 99,74\%$  من المساحة الكلية .



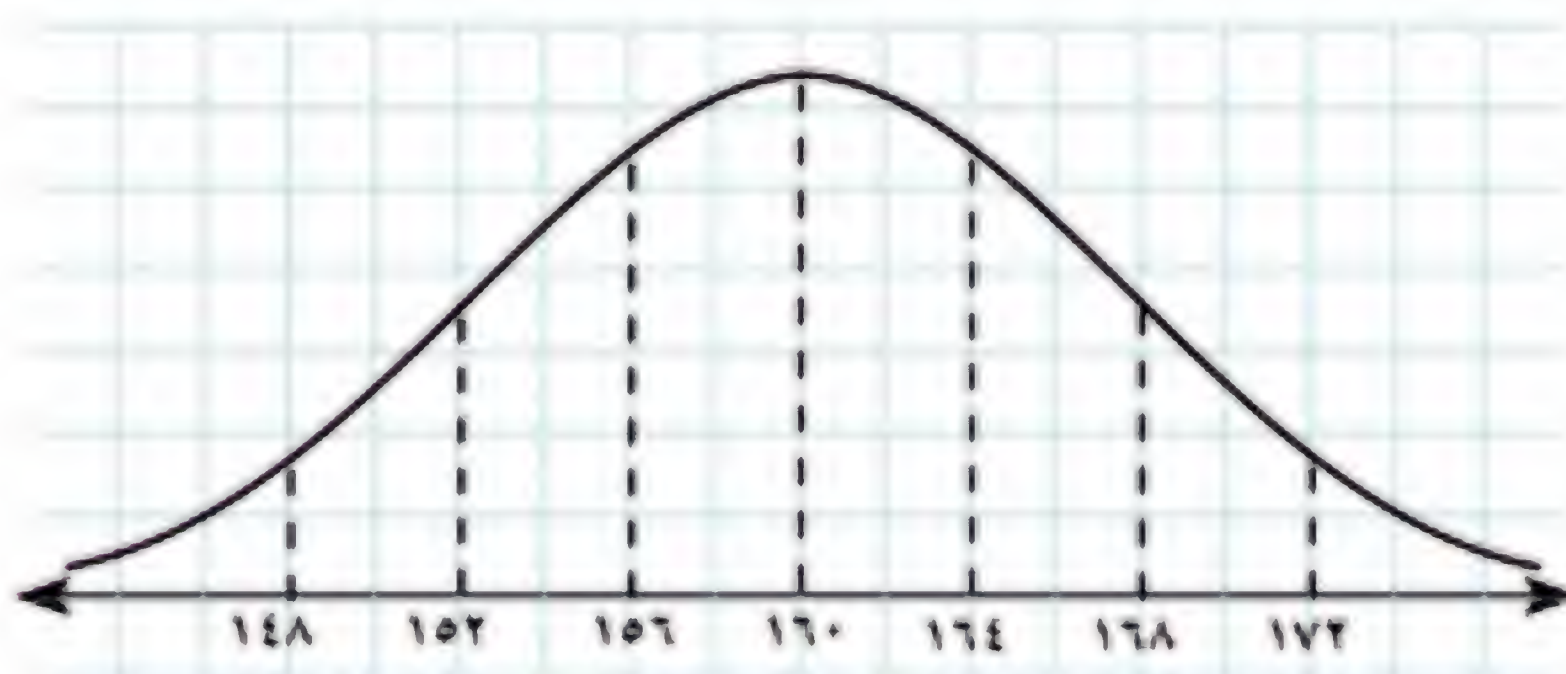
**لاحظ أن :** يجب أن يكون عدد البيانات كبيراً حتى يكون التوزيع الطبيعي تقريبياً .

**مثال**

١ إذا كان أطوال طلاب إحدى المدارس يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط ١٦٠ سم ، انحراف معياري ٤ سم . اختر أحد الطلاب عشوائياً أوجد احتمال أن يكون :

- أ أكبر من ١٧٢ سم      ب أقل من ١٥٦ سم      ج محصور بين ١٥٦ سم ، ١٦٨ سم

**الحل**



من المعطيات نجد أن : المتوسط  $\mu = 160$  ، الانحراف المعياري  $\sigma = 4$   
بمقارنة البيانات مع منحنى التوزيع الطبيعي نجد أن :  $\mu + 3\sigma = 160 + 3 \times 4 = 172$  لذلك فإن

أ  $P(172 < x) = P(x > \mu + 3\sigma)$

∴ المساحة من  $\mu - 3\sigma$  إلى  $\mu + 3\sigma = 0,9974$  .

∴ المساحة من  $\mu$  إلى  $\mu + 3\sigma = 0,9974 \div 2 = 0,4987$  .

∴ المساحة على يمين  $\mu + 3\sigma = 0,5 - 0,4987 = 0,0013$  .



ب)  $L(\bar{x} > 106) = L(\bar{x} > \mu - \sigma) = 0.2413$

∴ المساحة من  $\mu - \sigma$  إلى  $\mu + \sigma = 0.6826$  ∴ المساحة من  $\mu$  إلى  $\mu - \sigma = 0.3413$

∴ المساحة على يسار  $\mu - \sigma = 0.3413 - 0.5 = 0.1587$

ج)  $L(106 < \bar{x} < 168) = L(\mu - \sigma < \bar{x} < \mu + 2\sigma) = 0.4772$

$L(\mu < \bar{x} < \mu + 2\sigma) + L(\mu < \bar{x} < \mu) = 0.4772 + 0.2413 = 0.7185$

$0.7185 = 0.4772 + 0.2413 = \frac{0.9044}{2} + \frac{0.6816}{2} = 0.7185$

٩ حاول أن تحل

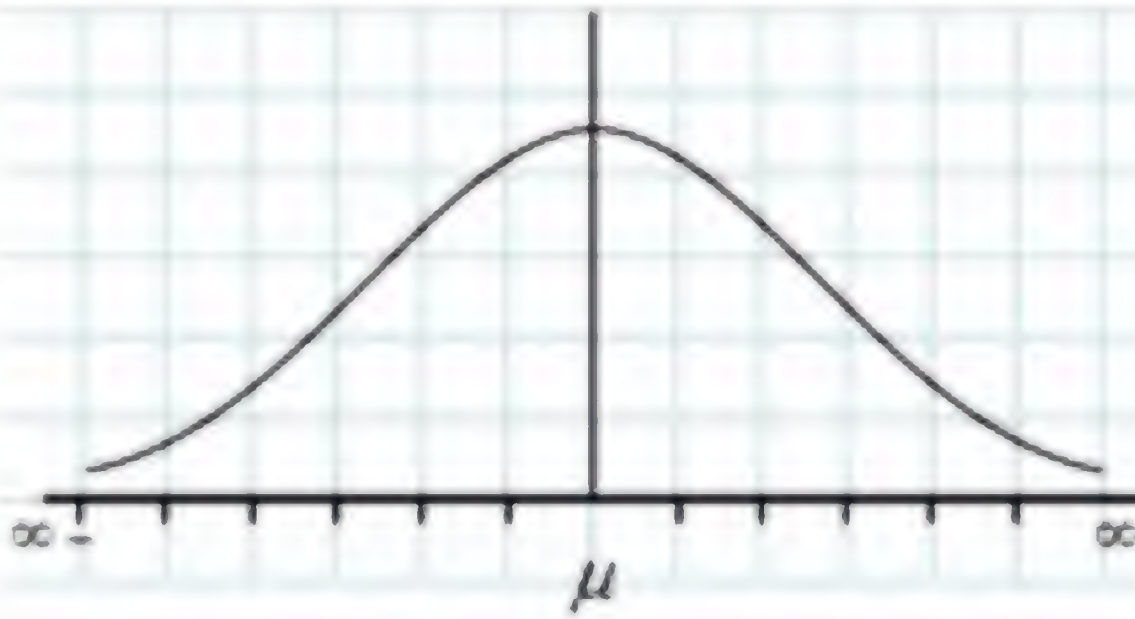
١ إذا كان أوزان الطلاب في إحدى الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu = 68$  كجم وتباينه  $\sigma^2 = 16$  كجم<sup>2</sup> فأوجد:

أ احتمال أن يكون الوزن أكبر من ٧٢ كجم

ب النسبة المئوية للطلاب الذين تقع أوزانهم بين ٦٤ كجم، ٧٢ كجم "وزن كل منهم"

ج عدد الطلاب الذين يزيد وزنهم عن ٦٤ كجم إذا كان عدد طلاب الكلية ٢٠٠٠ طالب.

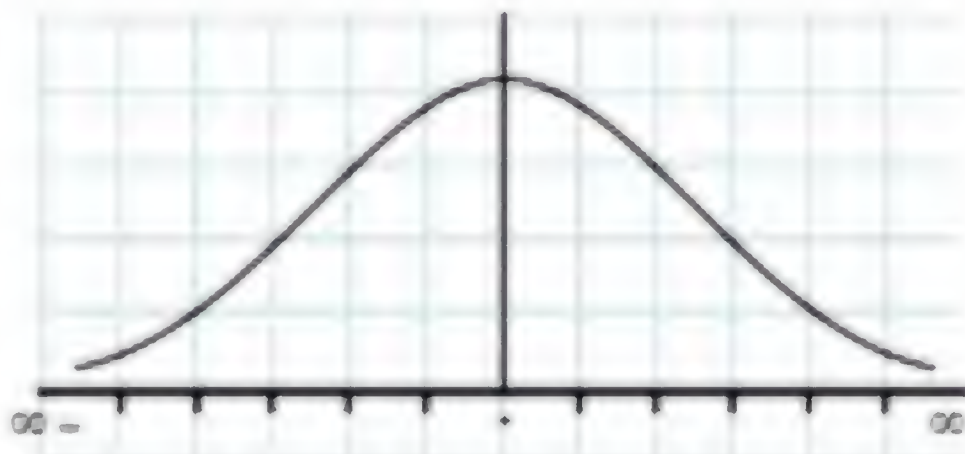
Standard normal distribution



لاحظنا في التوزيع الطبيعي أنه عند إيجاد الاحتمال تكون أطوال الفترات من مضاعفات الانحراف المعياري حتى يمكن حساب الاحتمال، لذلك كان من المناسب تحويل التوزيعات الطبيعية إلى توزيعات طبيعية معيارية وذلك بتحويل قيم ( $\bar{x}$ ) إلى قيم معيارية ( $z$ ) وذلك بمعلومية المتوسط ( $\mu$ ) والانحراف المعياري ( $\sigma$ )، عندها يكون:  $\mu = 0, \sigma = 1$

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $\bar{x}$  هو التوزيع الطبيعي بمتوسط  $\mu$  وانحراف معياري  $\sigma$

فإن:  $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}$  هو توزيع طبيعي معياري. متوسطه  $\mu = 0$  وانحرافه المعياري  $\sigma = 1$



بعض خواص دالة الكثافة للتوزيع الطبيعي المعياري ( $z$ ):

(١) المنحنى يقع أعلى المحور الأفقي (محور السينات).

(٢) تماثل بالنسبة للمحور الرأسى (محور الصادات).

(٣) طرفا المنحنى يمتدان إلى ما لا نهاية دون أن يلتقيا بالمحور الأفقى.

(٤) مساحة المنطقة أسفل المنحنى وفوق المحور الأفقى = ١

(٥) من التماثل نجد أن المحور الرأسى يقسم المساحة الواقعة تحت المنحنى وفوق المحور الأفقى إلى منطقتين

مساحة كل منها = ٠.٥

(٦) يمكن حساب المساحة التقريبية للمنطقة أسفل المنحنى المعياري فقط وفوق أى فترة [أ، ب] بواسطة جداول خاصة.



## جدول المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري :

Table of the area under the standard normal distribution curve

لتحويل التوزيع الطبيعي  $z$  إلى توزيع طبيعي معياري  $z$  نستخدم العلاقة : $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$  ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق في نهاية الكتاب يمكن إيجاد المساحة المطلوبة .

وفيما يلي نوضح كيفية الكشف في جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري .

٠,٠٩	٠,٠٨	٠,٠٧	٠,٠٦	٠,٠٥	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠	ي
				٠,٠١٩٩						٠,٠
										٠,١
										٠,٢
										٠,٣
									٠,١٥٥٤	٠,٤
										٠,٥
						٠,٢٣٥٧				٠,٦
		٠,٤٩٤٩								٢,٥
										٢,٥

ل (  $0 \leq z \leq 0,05$  ) = المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري فوق الفترة [  $0,05, 0$  ] أي أن  $z = 0,05$  ، لذلك نبحث في الجدول بالصف  $0,00$  وتحت العمود  $0,05$  فنجد العدد هو  $0,0199$  .  
 $\therefore$  ل (  $0 \leq z \leq 0,05$  ) =  $0,0199$

ل (  $0 \leq z \leq 0,4$  ) = المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري فوق الفترة [  $0,4, 0$  ] أي أن  $z = 0,4$  ، لذلك نبحث في الجدول بالصف أمام  $0,4$  وتحت العمود  $0,00$  فنجد العدد  $0,1554$  .  
 $\therefore$  ل (  $0 \leq z \leq 0,4$  ) =  $0,1554$

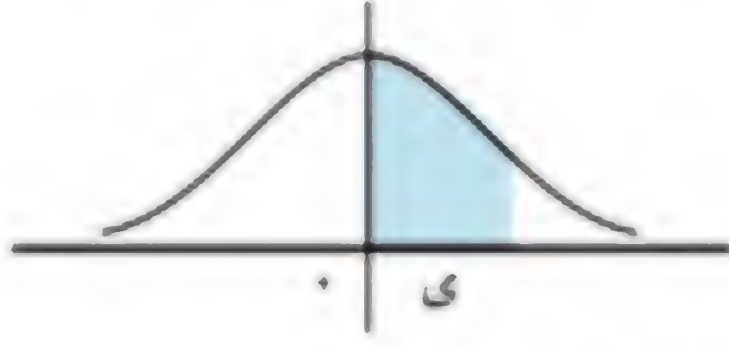
ل (  $0 \leq z \leq 0,63$  ) = المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري فوق الفترة [  $0,63, 0$  ] أي أن  $z = 0,63$  ، لذلك نبحث في الجدول بالصف أمام  $0,6$  وتحت العمود  $0,03$  فنجد العدد  $0,2357$  .  
 $\therefore$  ل (  $0 \leq z \leq 0,63$  ) =  $0,2357$

ل (  $0 \leq z \leq 2,57$  ) = المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري فوق الفترة [  $2,57, 0$  ] أي أن  $z = 2,57$  ، لذلك نبحث في الجدول بالصف أمام  $2,5$  وتحت العمود  $0,07$  فنجد العدد  $0,4949$  .  
 $\therefore$  ل (  $0 \leq z \leq 2,57$  ) =  $0,4949$



## حساب الاحتمال للمتغير الطبيعي المعياري:

Calculating the probability of the standard normal variable



(١) إيجاد مساحة المنطقة تحت المنحنى في الفترة  $[0, y]$  من الجدول

جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعي المعياري يعطي المساحة التقريبية فوق الفترة  $[0, y]$  وأسفل المنحنى الطبيعي حيث  $y \leq 0$ ، أي أن الجدول يعطينا مباشرة:  $L(0 \leq z \leq y)$

**فمثلاً:**  $L(0 \leq z \leq 0.3) = 0.1179$  ،  $L(0 < z \leq 0.64) = 0.2389$

،  $L(0 \leq z \leq 1.7) = 0.4504$  ،  $L(0 \leq z \leq 2.45) = 0.4929$

**لاحظ أن:**  $L(0 \leq z \leq 1.4) = 0.5 - L(1.4 \leq z \leq 0) = 0.5 - 0.4192 =$

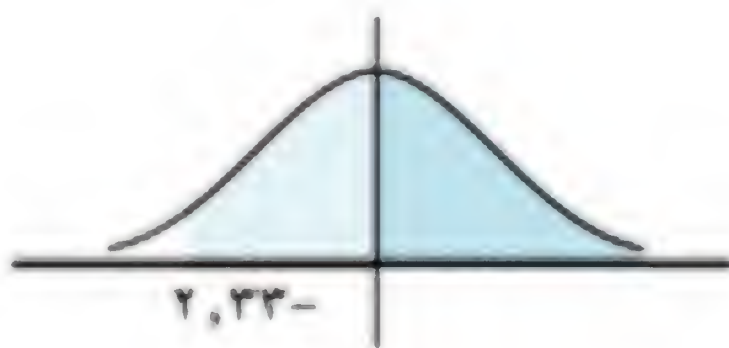
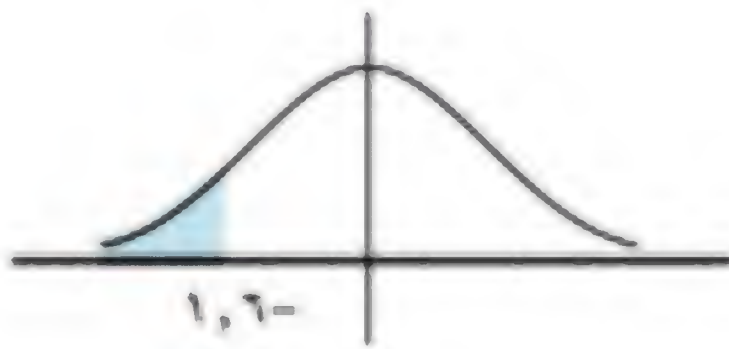
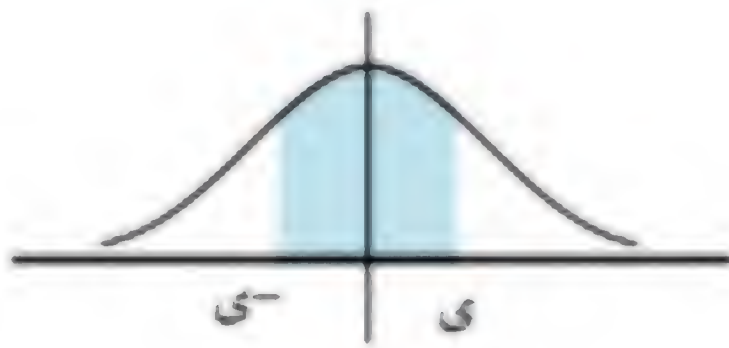
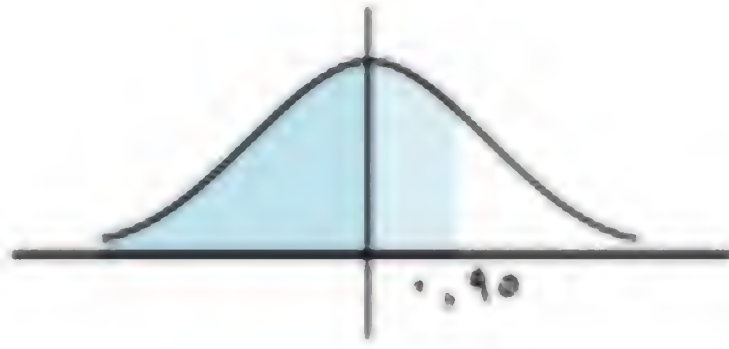
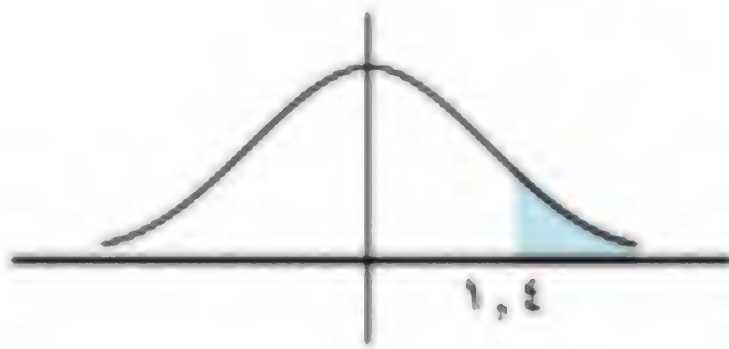
$$0.0808 =$$

$$0.0808 =$$

**بالمثل:**  $L(0 \leq z \leq 0.95) = 0.5 - L(0.95 \leq z \leq 0) =$

$$0.5 - 0.2289 =$$

$$0.2711 =$$



(٢) إيجاد مساحة المنطقة تحت المنحنى في الفترة  $[-y, 0]$  من الجدول

من تماثل المنحنى الطبيعي المعياري حول المحور الرأسى نجد أن:

$$L(-y \leq z \leq 0) = L(0 \leq z \leq y)$$

**فمثلاً:**  $L(-1.25 \leq z \leq 0) = L(0 \leq z \leq 1.25) = 0.2944$

،  $L(-2.24 \leq z \leq 0) = L(0 \leq z \leq 2.24) = 0.4875$

،  $L(1.6 \leq z \leq 0) = 0.5 - L(0 \leq z \leq 1.6) =$

$$0.5 - 0.4452 =$$

$$0.0548 =$$

،  $L(2.32 \leq z \leq 0) = 0.5 - L(0 \leq z \leq 2.32) =$

$$0.5 - 0.4898 =$$

$$0.0102 =$$

**ملاحظة:**  $L(-y \leq z \leq y) = 2 \times L(0 \leq z \leq y)$

**فمثلاً:**  $L(-1.4 \leq z \leq 1.4) = 2 \times L(0 \leq z \leq 1.4) = 2 \times 0.4192 =$

$$0.8384 =$$

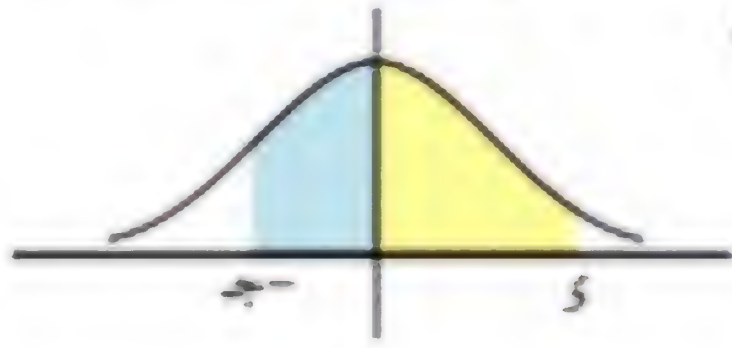
،  $L(-2.0 \leq z \leq 2.0) = 2 \times L(0 \leq z \leq 2.0) = 2 \times 0.4772 =$

$$0.9544 =$$



### (٣) إيجاد مساحة المنطقة تحت المنحنى في أى فترة [ج، د]:

في هذه الحالة يفضل الاستعانة برسم المنحنى المعياري مع ملاحظة أن المحور الرأسى يقسم المساحة تحت المنحنى وفوق المحور الأفقى إلى منطقتين متساويتين فى المساحة ومساحة كل منهما = ٠,٥



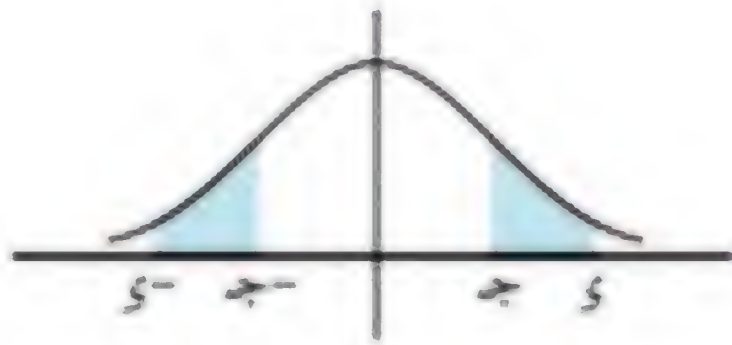
**أولاً:** ل (ج - ج) (ج - ج) حيث ج، د موجبان

$$L = L(-j \leq z \leq 0) + L(0 \leq z \leq j)$$

$$L = L(0 \leq z \leq j) + L(j \leq z \leq 0)$$

**ثانياً:** ل (ج - ج) (ج - ج) ل (ج - ج) (ج - ج)

$$L = L(0 \leq z \leq j) - L(j \leq z \leq 0)$$



**ممثلاً:**

$$(١) L(0,7 \leq z \leq 2,4)$$

$$L = L(0,7 \leq z \leq 0) + L(0 \leq z \leq 2,4)$$

$$L = L(0,7 \leq z \leq 0) + L(0 \leq z \leq 2,4) \text{ من التماثل}$$

$$0,7498 = 0,4918 + 0,2580 =$$

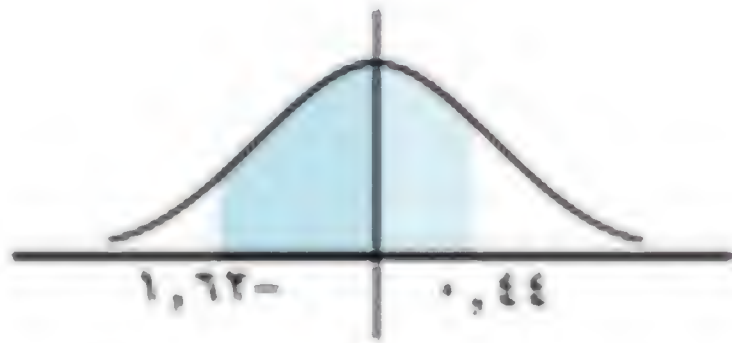


$$(٢) L(0,44 < z < 1,62)$$

$$L = L(0,44 < z < 0) + L(0 < z < 1,62)$$

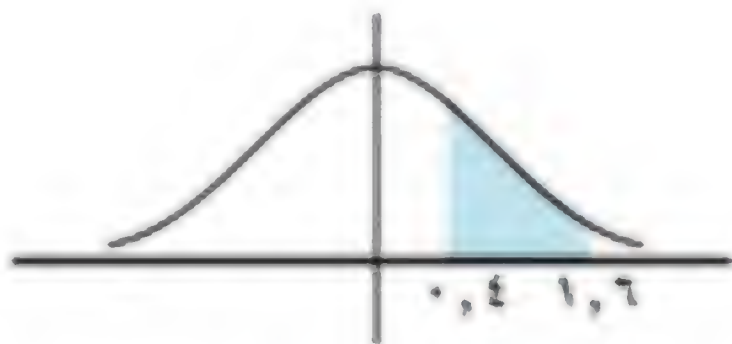
$$L = L(0,44 < z < 0) + L(1,62 < z < 0) \text{ من التماثل}$$

$$0,6174 = 0,1700 + 0,4474 =$$



$$(٣) L(0,4 \leq z < 1,6) = L(1,6 < z < 0) - L(0,4 \leq z < 0)$$

$$0,2898 = 0,1054 - 0,4452 =$$

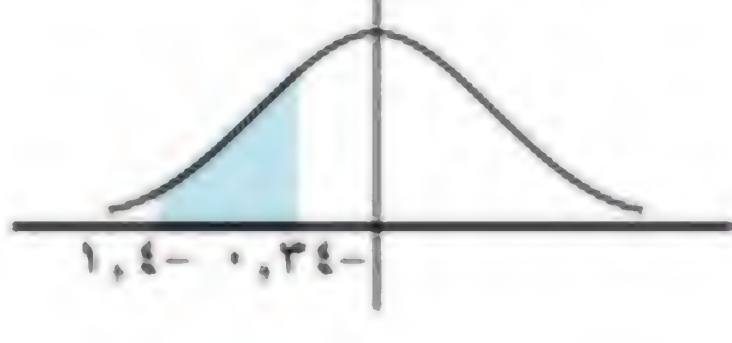


$$(٤) L(0,34 < z < 1,4)$$

$$L = L(0,34 < z < 0) - L(0 < z < 1,4)$$

$$L = L(0,34 < z < 0) + L(1,4 < z < 0) \text{ من التماثل}$$

$$0,2861 = 0,1331 - 0,4192 =$$



**مثال**

**إيجاد المساحة أسفل المنحنى الطبيعي المعياري**

٢ إذا كان  $z$  متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فأوجد:

أ  $L(z \leq 1,12)$

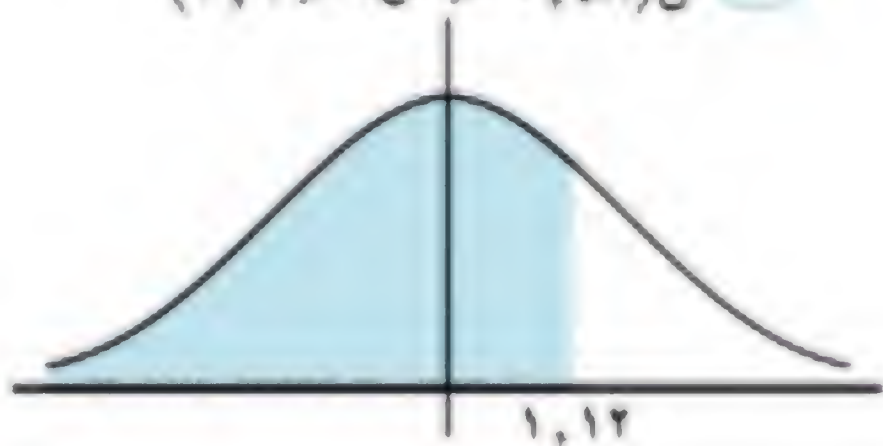
ب  $L(z \leq 1,64)$

ج  $L(0,48 \leq z \leq 2,1)$

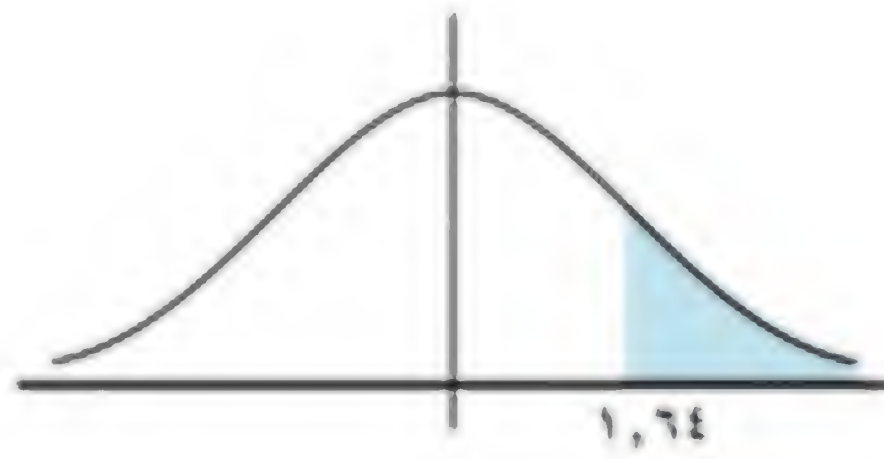
**الحل**

أ  $L(z \leq 1,12) = L(0 \leq z \leq 1,12) + L(z \leq 0)$

$$0,8686 = 0,5 + 0,3686 =$$







ب ل (ص ≤ ١,٦٤)

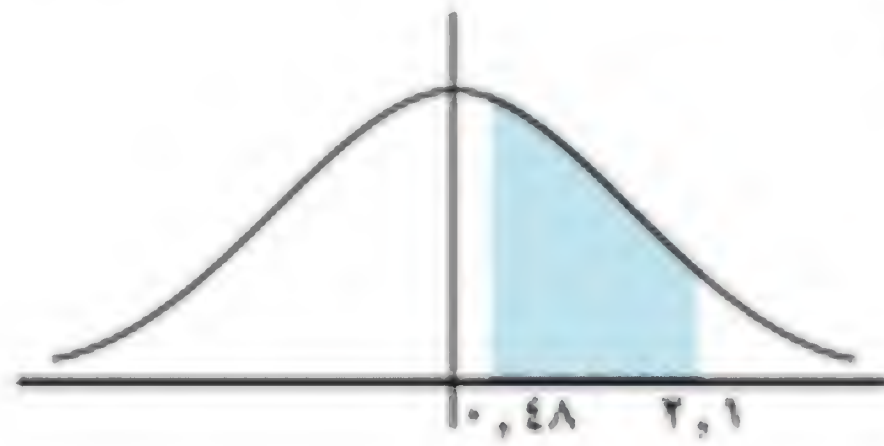
$$ل(ص ≤ ٠) - ل(ص ≥ ١,٦٤) =$$

$$٠,٠٥٠٥ = ٠,٤٤٩٥ - ٠,٥ =$$

ج ل (٠,٤٨ ≥ ص ≥ ٢,١)

$$ل(ص ≥ ٢,١) - ل(ص ≥ ٠,٤٨) =$$

$$٠,٢٩٧٧ = ٠,١٨٤٤ - ٠,٤٨٢١ =$$



٥ حاول ان تحل

٢ إذا كان ص متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فأوجد :

ا ل (ص ≥ ٠,٨٢) ب ل (ص ≤ ٢,٣٢)

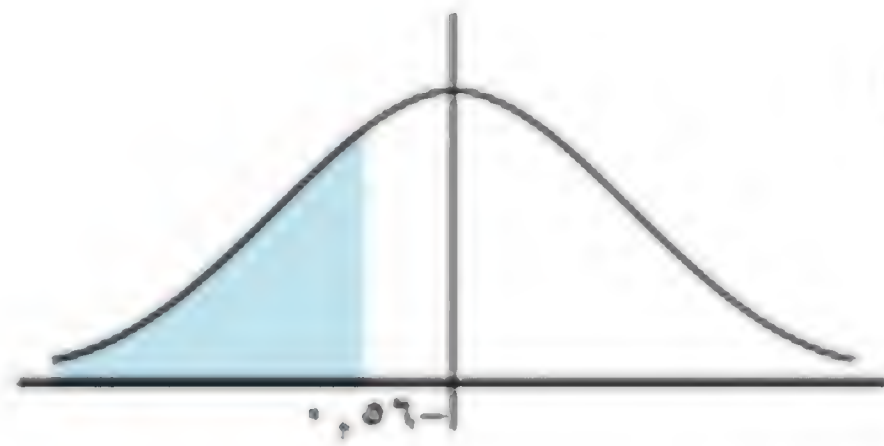
ج ل (ص ≥ ١,٦٤) د ل (١,٠٨ ≥ ص ≥ ٣,١٢)

مثال

٢ إذا كان ص متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فأوجد :

ا ل (ص ≥ -٠,٥٦) ب ل (ص ≤ -١,٠٦)

ج ل (-١,٢ ≤ ص ≤ ٢,٤٨) د ل (-٢,٢ ≤ ص ≤ -٠,٤٦)

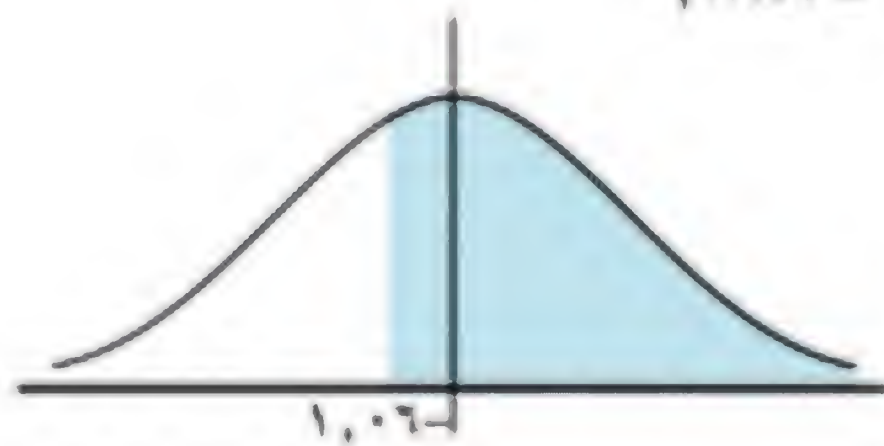


الحل

ا ل (ص ≥ -٠,٥٦)

$$ل(ص ≤ -٠,٥٦) =$$

$$٠,٢٨٧٧ = ٠,٢١٢٣ - ٠,٥ = ل(ص ≥ -٠,٥٦) - ٠,٥ =$$

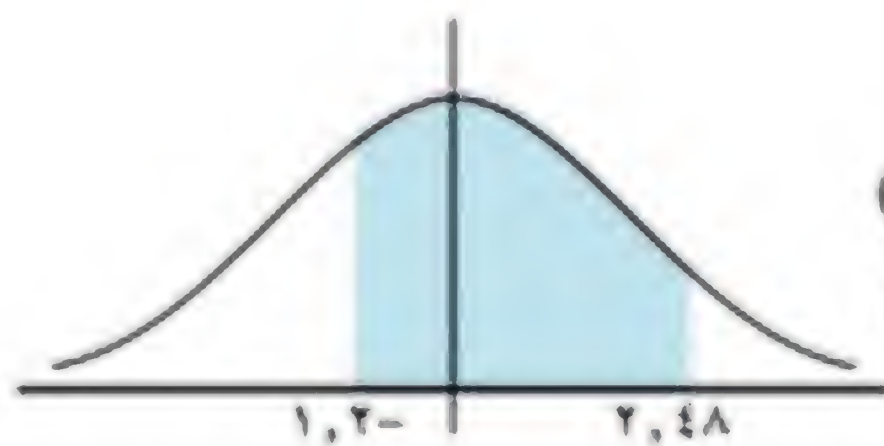


ب ل (ص ≤ -١,٠٦)

$$ل(ص ≥ -١,٠٦) =$$

$$٠,٥ + ل(ص ≥ -١,٠٦) =$$

$$٠,٥٦٣٦ = ٠,٥ + ٠,٠٦٣٦ =$$



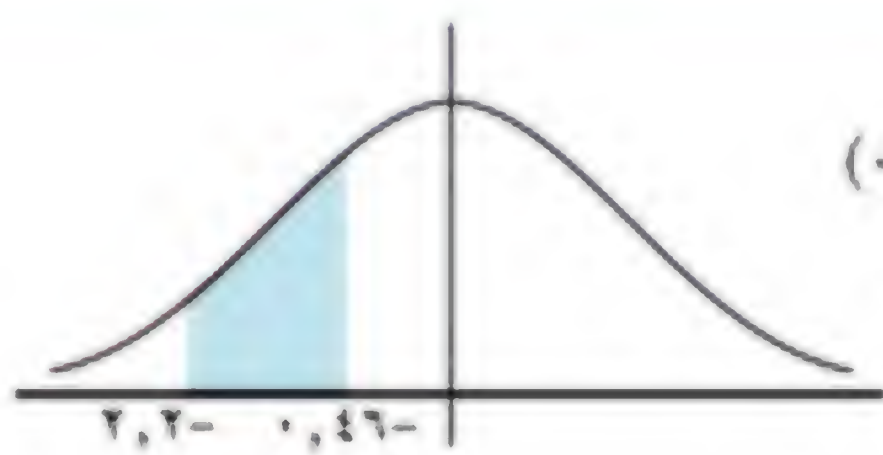
ج ل (-١,٢ ≤ ص ≤ ٢,٤٨)

$$ل(-١,٢ ≤ ص ≤ ٢,٤٨) = ل(ص ≥ -١,٢) - ل(ص ≥ ٢,٤٨) =$$

$$ل(ص ≥ -١,٢) + ل(ص ≥ ٢,٤٨) =$$

$$٠,٨٧٨٣ = ٠,٤٩٣٤ + ٠,٣٨٤٩ =$$





٥ ل (٠,٤٦ - ≥ ص ≥ ٢,٢ -) ل

(٠ ≥ ص ≥ ٢,٢ -) ل - (٠,٤٦ - ≥ ص ≥ ٠) ل =

(٠,٤٦ ≥ ص ≥ ٠) ل - (٢,٢ ≥ ص ≥ ٠) ل =

٠,٣٠٨٩ = ٠,١٧٧٢ - ٠,٤٨٦١ =

٤ حاول ان تحل

٢ إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا فأوجد :

ب ل (١,٠٦ - ≤ ص) ل

أ ل (٠,٥٦ - ≥ ص) ل

د ل (٠,٤٦ - ≥ ص ≥ ٢,٢ -) ل

ج ل (٢,٤٨ ≥ ص ≥ ١,٢ -) ل

مثال

التحويل من متغير طبيعي إلى متغير طبيعي معياري

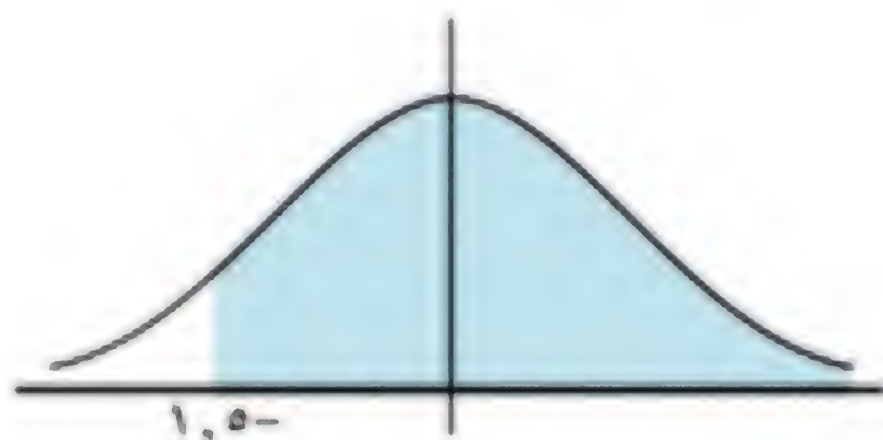
٤ إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  . أوجد :

ب ل (٠,٥ -  $\mu$  > ص) ل

أ ل (١,٥ -  $\mu$  < ص) ل

ج ل (١,٩٦ -  $\mu$  > ص >  $\mu$  + ١,٩٦) ل

الحل



أ ل (١,٥ - < ص) ل =  $\left( \frac{\mu - \sigma 1,5 - \mu}{\sigma} < \right)$  ل

٠,٥ + (٠ > ص > ١,٥ -) ل =

٠,٩٣٣٢ = ٠,٥ + ٠,٤٣٣٢ = ٠,٥ + (١,٥ > ص > ٠) ل =

ب ل (٠,٥ -  $\mu$  > ص) ل =  $\left( \frac{\mu - \sigma ٠,٥ - \mu}{\sigma} > \right)$  ل

(٠,٥ < ص) ل = (٠,٥ - > ص) ل =

٠,٣٠٨٥ = ٠,١٩١٥ - ٠,٥ = (٠,٥ > ص > ٠) ل - ٠,٥ =

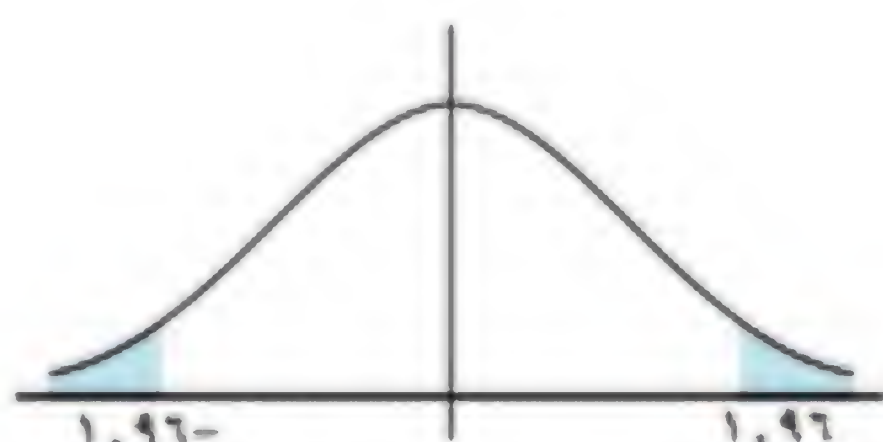


ج ل (١,٩٦ -  $\mu$  > ص >  $\mu$  + ١,٩٦) ل

( $\frac{\mu - \sigma ١,٩٦ - \mu}{\sigma}$  > ص >  $\frac{\mu - \sigma ١,٩٦ - \mu}{\sigma}$ ) ل =

(١,٩٦ > ص > ١,٩٦ -) ل =

٠,٩٥ = ٠,٤٧٥٠ × ٢ = (١,٩٦ > ص > ٠) ل ٢ =



٤ حاول ان تحل

٤ إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  . أوجد :

ب ل (٠,٨ +  $\mu$  < ص) ل

أ ل (٢,١ -  $\mu$  > ص) ل

ج ل (١,٤٨ +  $\mu$  > ص >  $\mu$  - ١,٤٨) ل



٥ إذا كان  $z$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا فأوجد قيمة  $k$  في كل من الحالات الآتية :

ب ل  $(z \geq k) = 0.1151$

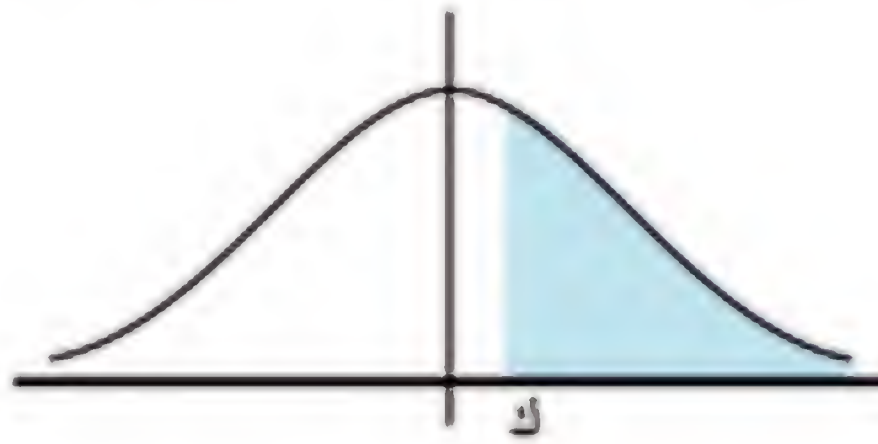
أ ل  $(z \leq k) = 0.1056$

د ل  $(k \geq z \geq 2.1) = 0.2906$

ج ل  $(-0.44 \leq z \leq k) = 0.5588$

الحل

أ نلاحظ أن : المساحة  $> 0.5$  ، علامة المتباينة "أكبر من" لذلك فإن  $k$  تقع في الفترة الموجبة كما هو موضح بالشكل المقابل .



∴ ل  $(z \leq k) = 0.1056$

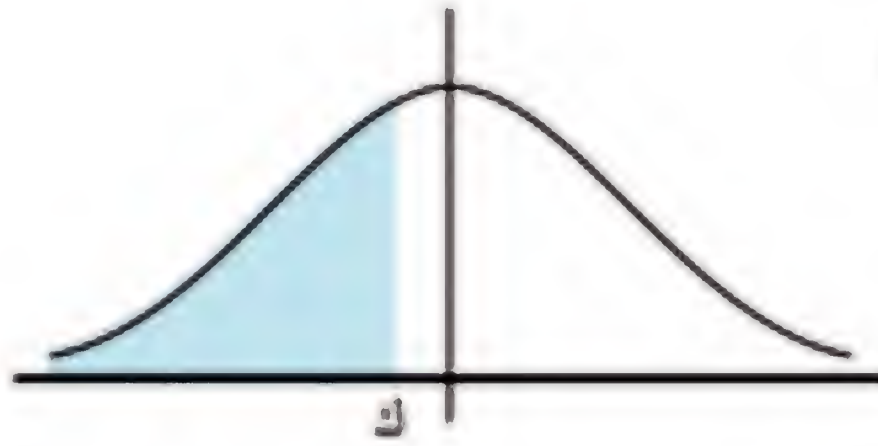
∴ ل  $(0 \leq z \leq k) = 0.1056$

∴ ل  $(z \geq k) = 0.1056 - 0.5 = 0.3944$

نبحث في جداول المساحات عن العدد (ي) أو أقرب عدد إليه يناظر المساحة  $0.3944$  فنجد  $1.2$  تحت الفروق

$0.05$  أي أن :  $k = 1.25$

ب نلاحظ أن : المساحة  $> 0.5$  ، علامة المتباينة "أقل من" لذلك فإن  $k$  تقع في الفترة السالبة كما هو موضح بالشكل المقابل .



∴ ل  $(z \geq k) = 0.1151$

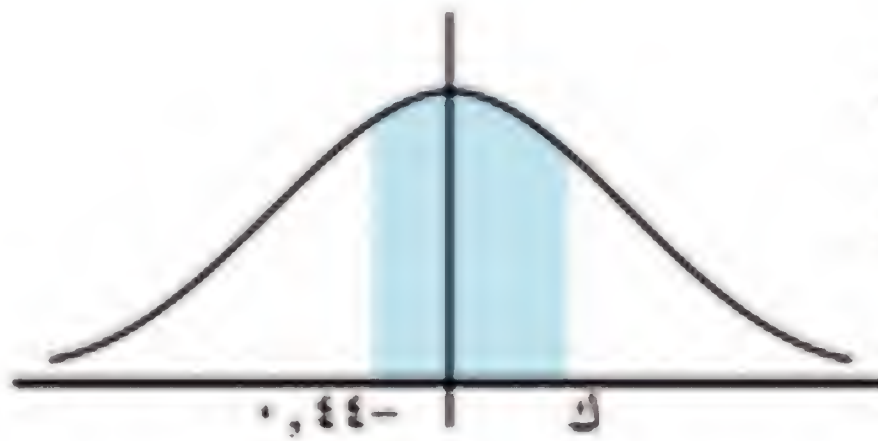
ومن التماثل في المنحنى نجد أن : ل  $(z \leq k) = 0.1151$

∴ ل  $(0 \leq z \leq k) = 0.1151$

∴ ل  $(z \geq k) = 0.1151 - 0.5 = 0.3849$

∴ ل  $k = -1.2$  (لاحظ أن  $k$  تقع في الجزء السالب)

ج نلاحظ أن :



المساحة  $< 0.5$  وأحد طرفي الفترة يقع في الفترة السالبة، لذلك يكون الطرف الآخر للفترة ي يقع في الفترة الموجبة كما هو موضح بالشكل الجانبي .

∴ ل  $(-0.44 \leq z \leq k) = 0.5588$

∴ ل  $(-0.44 \leq z \leq 0) + (0 \leq z \leq k) = 0.5588$

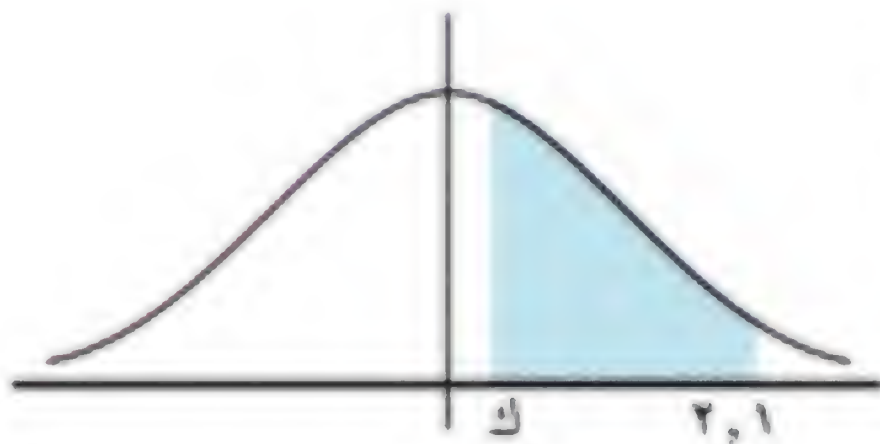
∴ ل  $(0 \leq z \leq k) + (0 \leq z \leq 0.44) = 0.5588$

∴ ل  $0.1700 + (0 \leq z \leq k) = 0.5588$

∴ ل  $(0 \leq z \leq k) = 0.5588 - 0.1700 = 0.3888$  ∴ ل  $k = 1.22$



٥ نلاحظ أن :



المساحة  $0.5 >$  وأحد طرفي الفترة يقع في الفترة الموجبة، لذلك يكون الطرف الآخر للفترة يقع في الفترة الموجبة أيضًا كما هو موضح بالشكل الجانبي.

$$\therefore \text{ل (ك} \geq \text{ص} \geq 2.1) = 0.2906$$

$$\therefore \text{ل (0} \geq \text{ص} \geq 2.1) - \text{ل (0} \geq \text{ص} \geq \text{ك}) = 0.2906$$

$$\therefore \text{ل (0} \geq \text{ص} \geq \text{ك}) = \text{ل (0} \geq \text{ص} \geq 2.1) - 0.2906$$

$$\therefore \text{ك} = 0.5 \quad \therefore 0.1915 = 0.2906 - 0.4821$$

٦ حاول أن تحل

٥ إذا كان ص متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا فأوجد قيمة ك في كل من الحالات الآتية :

أ ل (ص  $\leq$  ك) = 0.1980      ب ل (ص  $\geq$  ك) = 0.1980

ج ل (-2.4  $\geq$  ص  $\geq$  ك) = 0.7970      د ل (ك  $\geq$  ص  $\geq$  2.5) = 0.8238

مثال

٦ ص متغير عشوائي طبيعي متوسطه  $\mu$ ، انحرافه المعياري  $\sigma$

أ إذا كان: ل (ص  $\leq$  180) = 0.0062 ،  $\mu = 160$  فاحسب  $\sigma$

ب إذا كان: ل (ص  $<$  35) = 0.8643 ،  $\sigma = 5$  فاحسب  $\mu$

ج إذا كان: ل (ص  $\geq$  170) = 0.0228 ،  $\sigma = 7$  فاحسب  $\mu$

د إذا كان: ل (ص  $\geq$  ك) = 0.8944 ،  $\mu = 120$  ،  $\sigma = 8$  فاحسب ك

هـ إذا كان: ل (ص  $<$  ك) = 0.9452 ،  $\mu = 50$  ،  $\sigma = 5$  فاحسب ك

الحل

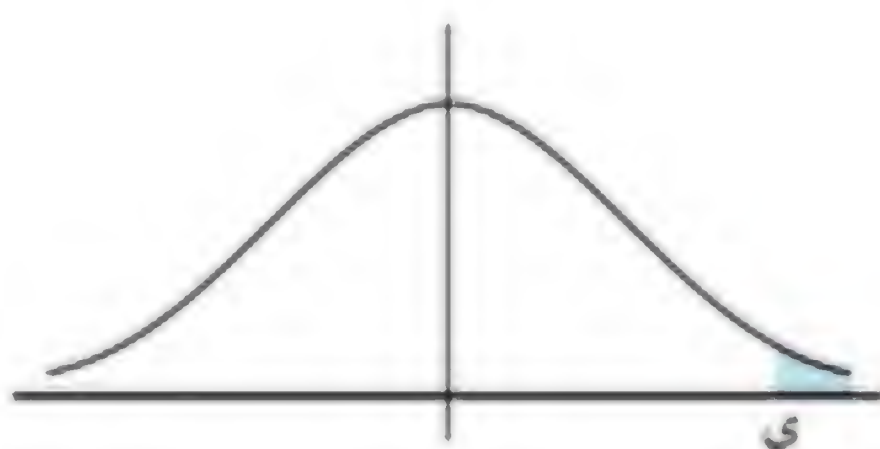
أ ل (ص  $\leq$  180) = ل (ص  $\leq$   $\frac{160 - 180}{\sigma}$ ) = 0.0062

$\therefore$  ل (ص  $\leq$  ي) = 0.0062 حيث ي =  $\frac{10}{\sigma}$  ، ي  $<$  0

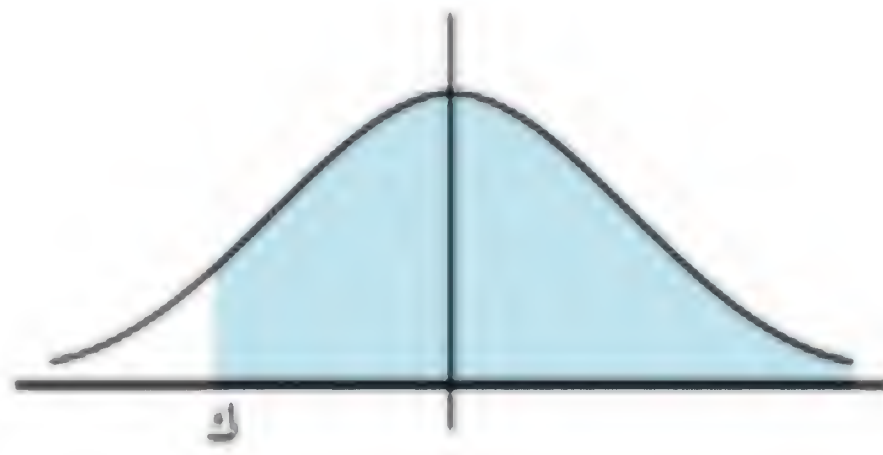
$\therefore$  ل (0  $\geq$  ص  $\geq$  ي) = 0.0062 - 0.5 = 0.4938

$\therefore$  ي = 2.5

$\therefore \frac{10}{2} = \sigma \quad \therefore \frac{10 \times 2}{5} = \sigma \quad \therefore 6 = \sigma$







ب ل (س < ٢٥) = ل (ص <  $\frac{\mu - ٢٥}{\sigma}$ ) = ٠,٨٦٤٣

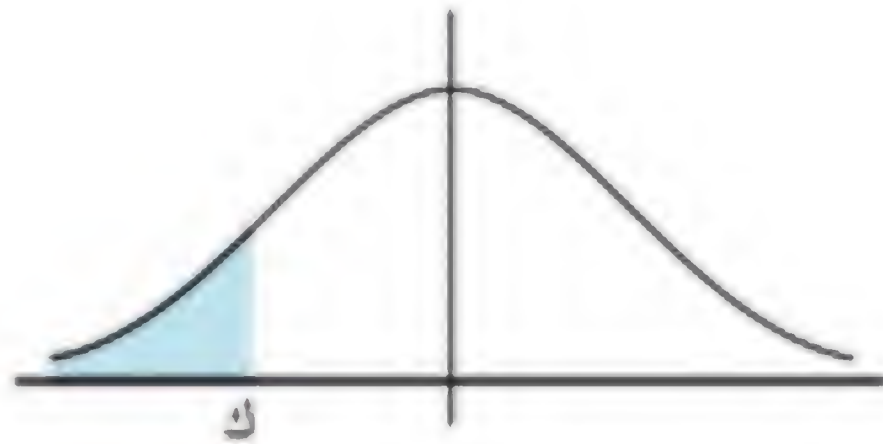
∴ ل (ص < ك) = ٠,٨٦٤٣ حيث

∴ ك =  $\frac{\mu - ٢٥}{\sigma}$  ، ك > ٠ ∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ك - ٢٥) = ٠,٥ - ٠,٨٦٤٣ = ٠,٣٦٤٣

ل (ك > ص > ٠) = ٠,٣٦٤٣ = ٠,٥ - ٠,٨٦٤٣ ∴ ك = ١,١

∴  $\frac{\mu - ٢٥}{\sigma} = ١,١$  ∴ ٠,٥ - μ = ٠,٥ - ١,١ × σ

∴ ٠,٥ - μ = ٠,٥ - ١,١ × σ ∴ ٠,٥ - μ = ٠,٥ - ١,١ × σ



ج ل (س ≥ ١٧٠) = ل (ص ≥  $\frac{\mu - ١٧٠}{\sigma}$ ) = ٠,٠٢٢٨

∴ ل (ص ≥ ك) = ٠,٠٢٢٨ حيث ك =  $\frac{\mu - ١٧٠}{\sigma}$  ، ك > ٠

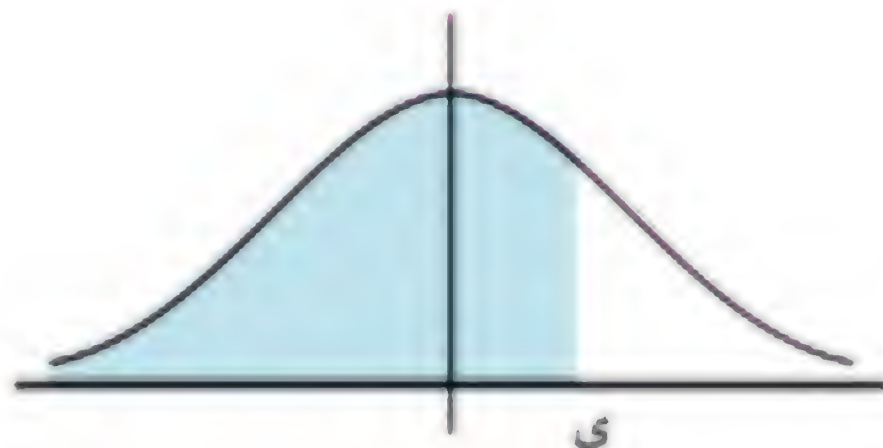
∴ ل (ك ≤ ص ≤ ٠) = ٠,٥ - ٠,٠٢٢٨ = ٠,٤٧٧٢

∴ ك = ٢

∴  $\frac{\mu - ١٧٠}{\sigma} = ٢$

∴ ١٤ - μ = ٢ × σ ∴ ١٤ - ١٧٠ = ٢ × σ

∴ μ = ١٨٤



د ل (س ≥ ك) = ل (ص ≥  $\frac{\mu - ك}{\sigma}$ ) = ٠,٨٩٤٤

∴ ل (ص ≥ ك) = ٠,٨٩٤٤

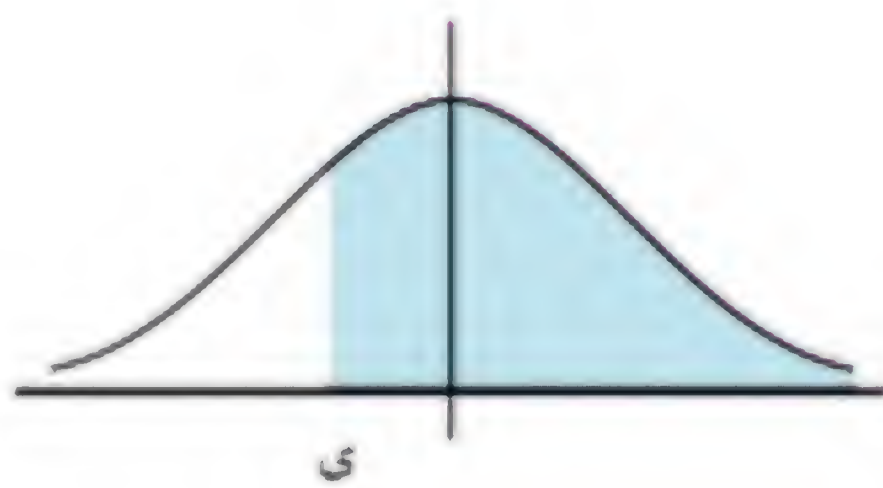
حيث ك =  $\frac{\mu - ك}{\sigma}$  ، ك < ٠

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ك) = ٠,٥ - ٠,٨٩٤٤ = ٠,٣٩٤٤ ∴ ك = ١,٢٥

∴  $\frac{\mu - ك}{\sigma} = ١,٢٥$

∴ ١٠ - μ = ١,٢٥ × σ ∴ ١٠ - ١٢٥ = ١,٢٥ × σ

∴ ك = ١٣٥



ه ل (س < ك) = ل (ص <  $\frac{\mu - ك}{\sigma}$ ) = ٠,٩٤٥٢

∴ ل (ص < ك) = ٠,٩٤٥٢

حيث ك =  $\frac{\mu - ك}{\sigma}$  ، ك > ٠

∴ ل (٠ ≤ ص ≤ ك) = ٠,٥ - ٠,٩٤٥٢ = ٠,٤٤٥٢ ∴ ك = ١,٦

∴  $\frac{\mu - ك}{\sigma} = ١,٦$

∴ ٨ - ٥٠ = ١,٦ × σ ∴ ٨ - ٥٠ = ١,٦ × σ

∴ ك = ٤٢

٥ حاول أن تحل

٦ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه μ وانحرافه المعياري σ وكان ل (س > ١٩) = ٠,٧٧٣٤

ل (س < ١٠) = ٠,٩٣٣٢ احسب قيمة كل من μ، σ.





## تمارين (٤ - ١)



١) إذا كان  $v$  متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فأوجد :

- أ) ل  $(0 \leq v \leq 1,15)$  ، ل  $(0 \leq v \leq 2,42)$   
 ب) ل  $(0 \leq v \leq 1,63)$  ، ل  $(0 \leq v \leq 1,65)$   
 ج) ل  $(0,7 \leq v \leq 1,65)$  ، ل  $(0,7 \leq v \leq 1,65)$   
 د) ل  $(2,42 \leq v \leq 1,67)$  ، ل  $(0,64 \leq v \leq 1,73)$   
 هـ) ل  $(0,74 \leq v \leq 1,02)$  ، ل  $(2,2 \leq v \leq 1,4)$   
 و) ل  $(2,1 \leq v \leq 0,92)$  ، ل  $(0,84 \leq v \leq 1,5)$   
 ز) ل  $(1,44 \leq v)$  ، ل  $(2,05 \leq v)$   
 ح) ل  $(1,14 \leq v)$  ، ل  $(2,32 \leq v)$   
 ط) ل  $(0,65 \leq v)$  ، ل  $(1,42 \leq v)$   
 ي) ل  $(0,45 \leq v)$  ، ل  $(1,6 \leq v)$

٢) إذا كان  $v$  متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فأوجد قيمة العدد الحقيقي (ك) الذي يحقق :

- أ) ل  $(0 \leq v \leq ك)$  = ٠,٣٥٥٤  
 ب) ل  $(ك \leq v \leq 0)$  = ٠,٤١٢٠  
 ج) ل  $(-ك \leq v \leq ك)$  = ٠,٢٢٠٦  
 د) ل  $(v \leq ك)$  = ٠,٩٧٥٤  
 هـ) ل  $(v \leq ك)$  = ٠,١٩٧٧  
 و) ل  $(v \leq ك)$  = ٠,٠٩٣٤  
 ز) ل  $(v \leq ك)$  = ٠,٩٩٥٥  
 ح) ل  $(ك \leq v \leq 1,11)$  = ٠,٦٦٦٠  
 ط) ل  $(ك \leq v \leq 2,22)$  = ٠,٢٤٤٦  
 ي) ل  $(1,7 \leq v \leq ك)$  = ٠,٣٢٦١

٣)  $v$  متغير عشوائي طبيعي معيارى ، فإذا كان :

- أ) ل  $(v \leq ك)$  = ٠,١٧٣٦ أوجد: ل  $(ك \leq v \leq 1,7)$



- ب ل (ص ≤ ك) = ٠,٠٢٠٧ أوجد: ل (ص ≥ ٠,٥٦) (ك ≥ ك)
- ج ل (ص ≥ ك) = ٠,٨٩٤٤ أوجد: ل (ص ≥ ٠,٧) (ك ≥ ك)
- د ل (٠,٤ ≥ ص ≥ ك) = ٠,٣١١٠ أوجد: ل (ص ≥ ك)
- هـ ل (١,٤ ≥ ص ≥ ك) = ٠,٠٧٧٠ أوجد: ل (١,٤- ≥ ص ≥ ك)
- و ل (ك ≥ ص ≥ ١,٧) = ٠,٨٥٨٦ أوجد: ل (ك ≥ ص ≥ ٠,٧٥)

٤ سـ متغير عشوائي طبيعي متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  وكان

- أ ل (سـ ≥ ٩٠) = ٠,٠٦٦٨ ،  $\mu = ١٠٢$  فاحسب  $\sigma$
- ب ل (سـ ≤ ٦٢) = ٠,٠٥٤٨ ،  $\mu = ٥٠$  فاحسب  $\sigma$
- ج ل (سـ ≤ ٤٨) = ٠,٠٢٢٨ ،  $\sigma = ٤$  فاحسب  $\mu$
- د ل (سـ < ٦٨) = ٠,١٠٥٦ ،  $\sigma = ٦,٤$  فاحسب  $\mu$
- هـ ل (سـ ≤ ٤٢) = ٠,٨٩٤٤ ،  $\sigma = ٦,٤$  فاحسب  $\mu$
- و ل ( $\mu - \sigma \leq ك \leq \mu + \sigma$ ) = ٠,٤٣٨ فاحسب ك
- ز ل (سـ ≥ ك) = ٠,٢١١٩ ،  $\mu = ٤٢$  ،  $\sigma = ٥$  فاحسب ك
- ح ل (سـ ≥ ك) = ٠,٨٤١٣ ،  $\mu = ٧٢$  ،  $\sigma = ٨$  فاحسب ك
- ط ل (سـ < ك) = ٠,٩٧٧٢ ،  $\mu = ٦٠$  ،  $\sigma = ٤$  فاحسب ك

٥ أجب عن الأسئلة الآتية

أ إذا كان سـ متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه ١٢٠ وانحرافه المعياري ١٠ وكان ل (سـ > ك) = ٠,٩٥٩٩ فأوجد قيمة ك.

ب إذا كان سـ متغيراً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٥$  فأوجد قيمة  $\mu$  التي تجعل ل (سـ ≥ ٣٥) = ٠,٠٢٢٨

ج إذا كان سـ متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu = ٨$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٢$  ، وكان ل (سـ ≤ ك) = ٠,١٠٥٦ فأوجد:

أولاً: قيمة ك. ثانياً: ل (سـ ≥ ١٠)

د إذا كان سـ متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأوجد ل ( $\mu - \frac{1}{4}\sigma \leq ك \leq \mu + \frac{1}{4}\sigma$ )



هـ إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا فأوجد قيمة  $k$  التي تحقق :

أولاً : ل (  $\sigma < k$  ) = ٠,٠٢٨١

ثانياً : ل (  $-١ < \sigma < k$  ) = ٠,٧٩١٨

و إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه ١٨ و انحرافه المعياري ٢,٥ فأوجد :

أولاً : ل (  $\sigma > ١٥$  )

ثانياً : ل (  $١٧ < \sigma < ٢١$  )

ز إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu = ٢٤$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٥$  فأوجد :

أولاً : ل (  $\sigma \leq ٣٢,٥$  )

ثانياً : ل (  $١٤ < \sigma < ٢٩$  )

ح إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu = ٤٨$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٥$  فأوجد :

أولاً : ل (  $٤٣ < \sigma < ٥٩$  )

ثانياً : قيمة  $k$  إذا كان ل (  $\sigma < k$  ) = ٠,١٨٤١

ط إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu = ١٧$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٢$  فأوجد :

أولاً : ل (  $١٦ \geq \sigma \geq ٢٠$  )

ثانياً : ل (  $\sigma < ١٥$  )

ي إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه ٣٢ ، وتباينه ١٦ ، فأوجد :

أولاً : ل (  $\sigma > ٢٥$  )

ثانياً : ل (  $٢٨ < \sigma < ٣٥$  )

ك إذا كان  $\sigma$  متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu = ٨$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٢$  فأوجد :

أولاً : ل (  $\sigma \geq ١٠$  )

ثانياً : إذا كان ل (  $\sigma \leq k$  ) = ٠,١٠٥٦ ، فأوجد قيمة  $k$  .



# بعض التطبيقات العملية للتوزيع الطبيعي

الوحدة الرابعة  
٤ - ٢

## Some Practical Applications of the Normal Distribution

### المصطلحات الأساسية

### سوف تتعلم

المنحنى الطبيعي  
Normal Curve

التوزيع الطبيعي  
Normal Distribution

تطبيقات عملية التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي المعياري  
Standard normal distribution

المتغير العشوائي الطبيعي  
Normal Random Variable

### مقدمة:

في الدرس السابق تعرفنا على التوزيع الطبيعي وخواصه ، كما تعرفنا على المتغير العشوائي الطبيعي المعياري وكيفية إيجاد من التوزيع الطبيعي بمعلومية المتوسط والانحراف المعياري ، كما تعرفنا على كيفية حساب احتمالات متغير عشوائي له توزيع طبيعي معياري باستخدام الجداول الإحصائية. وفي هذا الدرس سوف نتناول بعض الاستخدامات المختلفة للمتغير العشوائي الطبيعي في دراسة بعض الظواهر التي يعبر عنها.

### مثال

#### الربط بالصناعة



١ ماكينة بأحد المصانع تنتج أسطوانات أطوالها تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٥٦ سم وانحرافه المعياري ٢ سم، تكون الأسطوانة المنتجة مقبولة إذا كان طولها ينحصر بين ٥١ سم ٦٠ سم، اختيرت عينة عشوائية من ١٠٠٠ أسطوانة، فكم عدد الأسطوانات المتوقع قبولها؟

### الحل

باعتبار أن  $x$  متغيراً عشوائياً طبيعياً يعبر عن طول الأسطوانة

∴ احتمال (الأسطوانة مقبولة)  $L = P(51 < x < 60)$

$$L = P\left(\frac{56-60}{2} < z < \frac{56-51}{2}\right)$$

$$L = P(-2 < z < 2.5)$$

$$L = P(-2 < z < 0) + P(0 < z < 2.5)$$

$$L = 0.4772 + 0.4938 = 0.9710$$

∴ عدد الأسطوانات المتوقع قبولها  $= 0.9710 \times 1000 = 971$  أسطوانة

### ٥ حاول أن تحل

١ **الربط بالدخل:** إذا كان الدخل الشهري لمجموعة مكونة من ٢٠٠ عامل في أحد المصانع يتبع التوزيع الطبيعي متوسط ١٧٥ جنيهاً وانحرافه المعياري ١٠ جنيهاً، فما هو عدد العاملين الذين يتراوح دخلهم بين ١٧٠ جنيهاً، ١٨٠ جنيهاً.

آلة حاسبة علمية

الأدوات المستخدمة



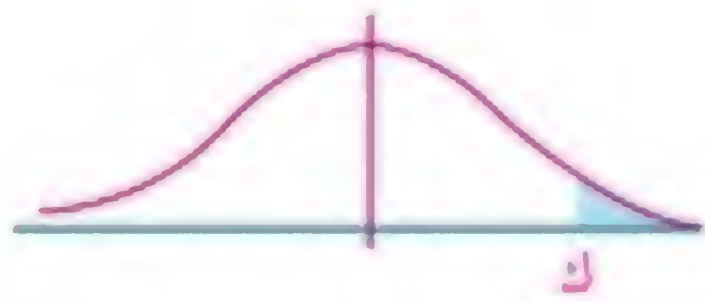
## مثال



٢ **الربط بالتعليم:** إذا كانت درجات الطلاب في إحدى المدارس هي متغير عشوائي طبيعي متوسطه  $\mu = 44$  وانحرافه المعياري  $\sigma$ ، حيث حصل ٢٢,٦٦٪ من الطلاب على أكثر من ٥٠ درجة، أوجد قيمة  $\sigma$ .

## الحل

نفرض أن  $x$  متغير عشوائي طبيعي يعبر عن درجات الطلاب.



$$\therefore L(x < 50) = \frac{22.66}{100}$$

$$\therefore L(x < 50) = \frac{44 - 50}{\sigma} = 0.2266$$

$$\therefore L(x < k) = 0.2266 \text{ حيث } k = \frac{7}{\sigma}, k < 0$$

$$\therefore L(0 \leq x < k) = 0.5 - 0.2266 = 0.2734$$

$$\therefore k = 0.75 \quad \therefore \frac{7}{\sigma} = 0.75 \quad \therefore \sigma = \frac{7}{0.75} = 9.33$$

## ٤ حاول أن تحل

٢ إذا كانت درجات الطلاب في أحد الامتحانات تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٦٠ وانحرافه المعياري ١٢، واختير طالب عشوائياً، أوجد احتمال أن تكون درجة الطالب واقعة بين ٦٦، ٧٥ درجة وإذا كان ١٥٪ من الطلاب الأوائل بالترتيب حصلوا على تقدير ممتاز، فأوجد أقل درجة للطلاب الحاصل على تقدير ممتاز.

## مثال

٢ **الربط بالطول:** إذا كان أطوال الطلاب في إحدى المدارس الثانوية يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu = 160$  سم، وانحرافه المعياري  $\sigma = 5$  سم فأوجد احتمال أن يختلف طول أي طالب عن  $\mu$  بما لا يزيد عن ٨ سم.

## الحل

نفرض أن  $x$  متغير عشوائي طبيعي يعبر عن أطوال الطلاب اختلاف الطول عن  $\mu = |x - \mu|$  أي الفرق المطلق بين الطول والمتوسط  $\mu$ .

$$\therefore L(|x - \mu| > 8) = L(|160 - x| > 8)$$

$$\therefore L(8 < x < 160 + 8)$$

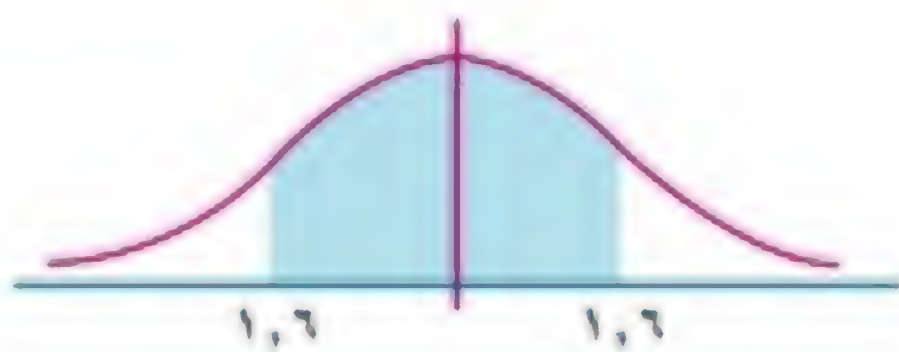
$$= L(152 < x < 168)$$

$$= L\left(\frac{160 - 168}{5} < z < \frac{160 - 152}{5}\right)$$

$$= L(-1.6 < z < 1.6)$$

$$= 2 \times L(z < 1.6)$$

$$= 0.8904 = 0.4452 \times 2$$



## تذكر أن

التعبير:  $|x - \mu| > a$  ب يكافئ:  
التعبير:  $x - \mu > a$  أو  $x - \mu < -a$   
أي أن:  $x - \mu > a$  أو  $x - \mu < -a$



## ٦ حاول أن تحل

٢ **الربط بالوزن:** إذا كان توزيع أوزان التلاميذ في إحدى المدارس الابتدائية يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٣٠ كجم وانحراف معياري ٥ كجم، احسب النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين يزيد أوزانهم عن ٤٥ كجم، وكذلك النسبة المئوية لعدد التلاميذ الذين يقع أوزانهم بين ٢٥، ٣٥ كجم.

## مثال

٤ **الربط بالعمل:** إذا كان توزيع أجور عمال أحد المصانع هو توزيع طبيعي

متوسطه  $\mu = ٧٥$  جنيهاً وانحراف معياري  $\sigma = ١٠$  فأوجد:

- النسبة المئوية لعدد العمال الذين تزيد أجورهم عن ٩٠ جنيهاً.
- النسبة المئوية لعدد العمال الذين تقل أجورهم عن ٥٥ جنيهاً.
- النسبة المئوية لعدد العمال الذين تتراوح أجورهم بين ٦٠، ٨٠ جنيهاً.

## الحل

أ:  $L = (٩٠ < \sim) = L \left( \frac{٧٥ - ٩٠}{١٠} < \sim \right)$

$= ٠,٥ - L(٠ \geq \sim \geq ١,٥) = ٠,٤٣٣٢ - ٠,٥ = -٠,٠٦٦٨$

∴ نسبة عدد العمال الذين تزيد أجورهم عن ٩٠ جنيهاً = ٦,٦٨ %

ب:  $L = (٥٥ > \sim) = L \left( \frac{٧٥ - ٥٥}{١٠} > \sim \right) = L(٢ > \sim)$

$= ٠,٥ - L(٠ \geq \sim \geq ٢) = ٠,٤٧٧٢ - ٠,٥ = -٠,٠٢٢٨$

∴ نسبة عدد العمال الذين تقل أجورهم عن ٥٥ جنيهاً = ٢,٢٨ % من العدد الكلي

ج:  $L = (٨٠ \geq \sim \geq ٦٠) = L \left( \frac{٧٥ - ٨٠}{١٠} \geq \sim \geq \frac{٧٥ - ٦٠}{١٠} \right)$

$= L(-١,٥ \geq \sim \geq ٠,٥) = L(٠,٥ \geq \sim \geq ١,٥) +$

$L(٠ \geq \sim \geq ٠) = ٠,٤٣٣٢ + ٠,١٩١٥ = ٠,٦٢٤٧$

∴ نسبة عدد العمال الذين تتراوح أجورهم بين ٦٠، ٨٠ جنيهاً = ٦٢,٤٧ % من العدد الكلي لعمال المصنع.

## ٦ حاول أن تحل

٤ بفرض أن درجات أحد الامتحانات هي متغير طبيعي بتوقع ٧٦ وانحراف معياري ١٥ درجة وبترتيب الطلاب

الأوائل الحاصلين على درجة أعلى من الدرجة  $\alpha$  فكانوا يمثلون ١٥ % من إجمالي الطلاب، وبترتيب الطلاب

الحاصلين على أقل الدرجات أدنى من الدرجة  $\beta$  وجد أنهم يمثلون ١٠ % من إجمالي الطلاب أوجد:

أ أقل درجة  $\alpha$  كى يعتبر الطالب من الأوائل.

ب درجة الرسوب  $\beta$ .





## تمارين ٤ - ٢



١ إذا كان الدخل الشهري لعدد ١٠٠٠ أسرة في إحدى المدن هو متغير عشوائي طبيعي متوسطه ١٧٠ جنيهاً وانحرافه المعياري ٢٠ جنيهاً اختيرت أسرة عشوائياً، أوجد:

أ احتمال أن يكون دخلها ينحصر بين ١٦٠ جنيهاً، ٢٠٠ جنيهاً.

ب عدد الأسر التي يزيد دخلها عن ١٥٠ جنيهاً.

٢ إذا كان أوزان الطلاب في إحدى الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٦٨,٥ كيلو جراماً وانحرافه المعياري ٢,٥ كيلو جراماً.

أ احسب النسبة المئوية للطلاب الذين تقع أوزانهم بين ٦٧,٥ كيلو جراماً، ٧١ كيلو جراماً.

ب إذا كان عدد الطلاب ١٠٠٠ طالب فاحسب عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن ٧١ كيلو جراماً.



٣ أخذت عينة عشوائية من ٢٠٠ تلميذ من مدرسة. فإذا كانت أعمارهم متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه ١٦,٦ وانحرافه المعياري ١,٢، أوجد عدد التلاميذ الذين تقل أعمارهم عن ١٦ سنة من تلك العينة.

٤ إذا كانت أطوال ٢٠٠٠ طالب بإحدى الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط ١٧٠ سم وانحراف معياري ٨ سم فأوجد عدد الطلاب الذين تقل أطوالهم عن ١٧٦ سم.

٥ إذا كان الدخل الشهري لـ ٣٠٠ أسرة يمثل متغيراً عشوائياً  $\mu$  يتبع التوزيع الطبيعي بتوقع  $\mu = ٥٠٠$  جنيهاً وانحراف معياري  $\sigma = ٢٠$  جنيهاً فأوجد:

أ عدد الأسر التي تحصل على دخل شهري أكبر من ٥٣٠ جنيهاً.

ب الحد الأعلى للدخل لنسبة الـ ٤٪ من الأسر التي تحصل على أدنى الدخل.

٦ إذا كان الدخل الشهري لـ ٢٠٠ أسرة متغيراً عشوائياً  $\mu$  يتبع توزيعاً طبيعياً بتوقع  $\mu = ٤٠٠$  وانحراف معياري  $\sigma = ٨٠$  جنيهاً. واختيرت أسرة عشوائياً من هذه الأسر، فأوجد:

أ احتمال أن يكون الدخل الشهري للأسرة أكبر من ٥٠٠ جنيهاً على الأكثر.

ب عدد الأسر التي تحصل على دخل شهري ٥٠٠ جنيهاً على الأكثر.

٧ إذا كان عمر التشغيل (بالساعات) لنوع من البطاريات متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ٢٠٠٠ ساعة وانحراف معياري ١٢٠ ساعة، فما احتمال أن تستمر البطارية في التشغيل لأكثر من ١٨٠٠ ساعة.





٨ إذا كان الدخل الشهري لمجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ١٨٠ جنيهاً وانحرافه المعياري ١٥ جنيهاً فأوجد عدد العمال الذين يقل دخلهم عن ١٩٨ جنيهاً.

٩ إذا كان ارتفاع مياه الأمطار خلال شهر فبراير يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu = ٣$  سم، وتباينه  $\sigma^2 = ٤$  سم<sup>٢</sup>، فأوجد احتمال أن يكون ارتفاع الأمطار في شهر فبراير في العام التالي:

أ أكبر من ١ سم  
ب بين ٣,٥ سم، ٤ سم

١٠ إذا كانت درجات الحرارة في شهر أغسطس تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu = ٣٥$  درجة، وانحرافه المعياري  $\sigma = ٥$  درجات، فأوجد احتمال أن تكون درجة الحرارة في يوم ما خلال هذا الشهر:

أ واقعة بين ٢٨ درجة، ٣٨ درجة.  
ب أكبر من ٣٩ درجة.  
ج واقعة بين ٢٦ درجة، ٣٢ درجة.

١١ تقدم ١٠٠٠ شاب إلى إدارة التجنيد، فإذا كانت أطوالهم تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ١٧٠ سم، وانحراف معياري ١٠ سم، أوجد عدد الشباب:

أ الذين تقل أطوالهم عن ١٩٠ سم

ب غير المقبولين إذا كان الحد الأدنى للطول المطلوب هو ١٥٥ سم



١٢ وجد أن أطوال نوع معين من النبات تكون موزعة حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط ٥٠ سم، وانحراف معياري  $\sigma$ ، إذا علم أن أطوال ١٠,٥٦% من هذا النبات أقل من ٤٥ سم، فأوجد التباين لأطوال هذا النبات

١٣ إذا كانت أوزان الطلبة في إحدى الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٦٥ كيلوجراماً، وانحرافه المعياري  $\sigma$ ، وكانت أوزان ٣٣% من الطلبة تزيد عن ٧٠ كيلو جراماً.

أ أوجد قيمة  $\sigma$

ب إذا كان عدد الطلبة ١٠٠٠ طالب فاحسب عدد الطلبة الذين تقل أوزانهم عن ٦٧,٥ كيلوجرام

١٤ إذا كان أوزان الطلبة في إحدى الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٦٨,٥ كيلو جرام وانحرافه المعياري ٢,٥ كيلو جرام:

أ احسب النسبة المئوية للطلاب تقع أوزانهم بين ٦٧,٥ كيلو جرام، ٧١ كيلو جرام.

ب إذا كان عدد الطلاب ١٠٠٠ طالب فاحسب عدد الطلاب الذين تزيد أوزانهم عن ٧١ كيلوجراماً.

١٥ إذا كان درجات الطلاب في إحدى المدارس هي متغير عشوائي طبيعي بمتوسط  $\mu = ٤٢$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  حيث حصل ٢٦,١١% من الطلاب على أكثر من ٥٠ درجة فأوجد قيمة  $\sigma$ .



١٦ في امتحان مادة الرياضيات كانت درجات الطلبة موزعة توزيعاً طبيعياً بمتوسط قدره ٧٠ وانحراف معياري ٥ ، أوجد عدد الطلبة الذين تزيد درجاتهم عن ٧٨ إذا علم أن عدد الطلبة المتقدمين للامتحان ١٠٠ طالب .

١٧ ينتج أحد المصانع أسطوانات أطوالها يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٥٦ سنتيمتراً وانحرافه المعياري ٢ سنتيمتراً، وتكون الأسطوانات المنتجة مقبولة إذا كان طولها ينحصر بين ٦٠ ، ٥١ سنتيمتراً، أخذت عينة عشوائية من ١٠٠٠ أسطوانة . كم عدد الأسطوانات المتوقع قبولها؟

١٨ إذا كانت أنصاف أقطار الحلزونات التي تنتجها أحد المصانع موزعة توزيعاً طبيعياً بمتوسط ٢٥ سم ، وانحراف معياري ٢٠ سم ، يعتبر الحلزون معيباً إذا كان نصف قطره يقل عن ٢٠ سم أو يكبر عن ٢٨ سم اختير حلزون عشوائياً . أوجد احتمال أن يكون الحلزون معيباً .



١٩ إذا كانت أوزان مجموعة من حيوانات التجارب تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط  $\mu$  جرام وانحراف معياري ١٠ جرامات فإذا علمت أن :  $L (S \leq 180) = 0.1587$  احسب المتوسط  $\mu$  .

٢٠ إذا كانت درجات الطلاب في امتحان ما متغيراً عشوائياً يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأوجد :

أ احتمال الذين يحصلون على درجة أكبر من  $(\mu - \sigma)$  .

ب النسبة المئوية للطلاب الذين يحصلون على درجة محصورة بين :  $(\mu - \sigma)$  ،  $(\mu + \sigma)$  .

٢١ وجد أن أطوال نوع معين من النبات تكون موزعة حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط  $\mu$  وانحراف معياري ٤ . إذا علم أن أطوال ١٠ ، ٥٦ % من هذا النبات أقل من ٤٥ سم ، فأوجد المتوسط  $\mu$  لهذا النبات .

٢٢ إذا كانت درجات الحرارة في شهر يناير تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ١٦ درجة وانحرافه المعياري ٤ درجات فأوجد احتمال أن تكون درجة الحرارة في يوم ما خلال هذا الشهر :

أ واقعة بين ١٤ درجة ، ٢٠ درجة

ب أكبر من ١٥ درجة .

٢٣ في أحد المجتمعات وجد أن نسب الذكاء تتوزع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ١٠٤ ، ٦ وانحرافه المعياري ٦ ، ٢٥

أ أوجد نسبة الأفراد الذين تقع نسب ذكائهم بين ٩٠ ، ١٢٠

ب أوجد نسبة الأفراد الذين تزيد نسب ذكائهم عن ١١٠ .



## ملخص الوحدة

### المتغير العشوائى الطبيعي

المتغير العشوائى الطبيعي المتصل  $x$  مداه يتحدد بالفترة  $[-\infty, \infty]$  ودالة الكثافة الاحتمالية له تمثل بمنحنى يتخذ دائماً شكل الجرس ويتحدد شكله بمعرفه قيمتين هما المتوسط  $\mu$  والانحراف المعياري  $\sigma$ .

### خواص المنحنى الطبيعي

- ١ له قمة واحدة وطرفاه يمتدان إلى  $-\infty, \infty$ .
- ٢ له محور تماثل يمر بالقمة ويقطع المحور الأفقى عند  $x = \mu$ .
- ٣ مساحة المنطقة الواقعة أسفل المنحنى الطبيعي وفوق المحور الأفقى تساوى الواحد الصحيح.
- ٤ من التماثل نجد أن المستقيم  $x = \mu$  يقسم المساحة الواقعة تحت المنحنى وفوق المحور الأفقى إلى منطقتين مساحة كل منهما  $= 0.5$ .
- ٥ يمكن حساب المساحة التقريبية للمنطقة أسفل المنحنى وأعلى المحور الأفقى تبعاً للفترة الآتية :
 

$\leftarrow$ من $\mu - \sigma$ إلى $\mu + \sigma$ = ٦٨,٢٦ %	من المساحة الكلية .
$\leftarrow$ من $\mu - 2\sigma$ إلى $\mu + 2\sigma$ = ٩٥,٤٤ %	من المساحة الكلية .
$\leftarrow$ من $\mu - 3\sigma$ إلى $\mu + 3\sigma$ = ٩٩,٧٤ %	من المساحة الكلية .

### التوزيع الطبيعي المعياري

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائى  $x$  هو التوزيع الطبيعي بمتوسط  $\mu$  وانحراف معياري  $\sigma$  فإن:  
 $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$  هو توزيع طبيعي معياري توقعه صفر وانحرافه المعياري = ١.

### خواص دالة الكثافة للتوزيع الطبيعي المعياري :

- ١ المنحنى يقع أعلى المحور الأفقى.
- ٢ متماثل بالنسبة للمحور الرأسى.
- ٣ طرفا المنحنى يمتدان إلى ما لا نهاية دون أن يلتقيا بالمحور الأفقى.
- ٤ مساحة المنطقة أسفل المنحنى وفوق المحور الأفقى = ١
- ٥ من التماثل نجد أن المحور الرأسى يقسم المساحة الواقعة تحت المنحنى وفوق المحور الأفقى إلى منطقتين مساحة كل منهما  $= 0.5$ .
- ٦ يمكن حساب المساحة التقريبية للمنطقة أسفل المنحنى المعياري فقط وفوق أى فترة  $[a, b]$  بواسطة جداول خاصة .

### جدول المساحة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري :

لتحويل التوزيع الطبيعي  $x$  إلى توزيع طبيعي معياري  $z$  نستخدم العلاقة :  
 $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$  ومن جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق فى نهاية الكتاب يمكن إيجاد المساحة المطلوبة .





## تمارين عامة



- ١ أثبت أنه لأي توزيع طبيعي لمتغير عشوائي  $\mu$  متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  يكون ل (س)  $\mu - \sigma = 0.0228$
- ٢ إذا كان س متغيراً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وتباينه ٦٤ فأوجد قيمة  $\mu$  إذا كان ل (س)  $70 > 0.17$
- ٣ أوجد  $\sigma$  إذا علم أن ل (س)  $(37, 25 > 0.0446)$  وكانت  $\mu = 50$
- ٤ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu = 16$  وانحرافه المعياري  $\sigma = 4$  احسب قيمة كل من :  
 أ ل (س)  $\geq 19$       ب ل (س)  $\geq 9$       ج ل (س)  $\leq 10$
- ٥ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  وكان ل (س)  $(19 > 0.7734)$  ل (س)  $(10 < 0.9332)$  فأوجد قيمة كل من  $\mu$  و  $\sigma$ .
- ٦ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأوجد قيمة كل من :  
 أ ل (س)  $(\mu - \sigma \geq 0.7 - \mu)$  احسب قيمة كل من  $\mu$  و  $\sigma$   
 ب ل (س)  $(\mu - 1.35 \geq 0.7 - \mu)$  احسب قيمة كل من  $\mu$  و  $\sigma$
- ٧ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  وكان :  
 أ ل (س)  $(45 < 0.0228)$  ،  $\sigma = 10$  أوجد  $\mu$   
 ب ل (س)  $(15 \leq 0.8413)$  ،  $\sigma = 5$  أوجد  $\mu$   
 ج ل (س)  $(55 > 0.3085)$  ،  $\mu = 60$  أوجد  $\sigma$
- ٨ إذا كان س متغيراً طبيعياً متوسطه ٥٠ وانحرافه المعياري ١٠ فأوجد :  
 أ ل (س)  $(70 < 0.1587)$       ب قيمة ك إذا كان ل (س)  $(ك > 0.1587)$
- ٩ إذا كان س متغيراً عشوائياً له توزيع طبيعي متوسطه ١٠٠ وانحرافه المعياري ٤  
 أ إذا كان ل (س)  $(1 < 0.0636)$  فأوجد قيمة أ  
 ب أوجد ل (س)  $(90 > 0.0636)$   
 ج أوجد ل (س)  $(108 < 0.0636)$   
 د أوجد ل (س)  $(95 > 0.0636)$
- ١٠ إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma = 8$  وكان ل (س)  $(40 \geq 0.1587)$  فأوجد :  
 أ قيمة المتوسط      ب ل (س)  $(50 < 0.1587)$
- ١١ إذا كان س متغيراً عشوائياً معيارياً وكان :  
 أ ل (س)  $(ك < 0.1056)$  فأوجد قيمة ك  
 ب ل (س)  $(0.44 \geq 0.5588)$  فأوجد قيمة ك



١٢ إذا كان  $\bar{x}$  متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  أوجد :

- أ ل  $(\bar{x} < \mu)$  ب ل  $(\bar{x} > \mu)$  ج ل  $(\sigma - \mu) \leq \bar{x} \leq (\sigma + \mu)$  د ل  $(\sigma^2 + \mu < \bar{x})$  ه ل  $(\sigma - \mu) \leq \bar{x} \leq (\sigma^2 + \mu)$  و ل  $(\sigma_{0.5} - \mu) \leq \bar{x} \leq (\sigma_{0.5} + \mu)$

١٣ إذا كان  $\bar{x}$  متغيراً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  وكان  $0 < a$  فأوجد ابحيث:

- أ ل  $(\sigma - \mu) \leq \bar{x} \leq (\sigma + \mu) = 0.6476$  ب ل  $(\sigma - \mu) \leq \bar{x} \leq (\sigma + \mu) = 1.48$

١٤ إذا كان  $\bar{x}$  متغيراً طبيعياً متوسطه  $75$  وانحرافه المعياري  $15$  فأوجد قيمة  $k$  إذا كان ل  $(\bar{x} < k) = 0.15$

١٥ إذا كان  $\bar{x}$  متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $5$  فأوجد قيمة  $\mu$  التي تجعل ل  $(\bar{x} \geq 45)$  تساوى :

- أ  $0.0228$  ب  $0.9772$

١٦ **الربط بالطقس:** إذا كانت درجات الحرارة خلال أحد الشهور تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $20^\circ$  وانحرافه المعياري  $\frac{1}{3}^\circ$  فأوجد احتمال أن تكون درجة الحرارة بين  $21^\circ$  ،  $25^\circ$

١٧ **الربط بالدخل:** إذا كان الدخل اليومي لمجموعة مكونة من  $1000$  عامل تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $400$  جنيهاً وانحراف  $80$  جنيهاً اختير أحد العمال عشوائياً فأوجد :

- أ احتمال أن يكون دخل العامل يقل عن  $240$  جنيهاً.  
ب النسبة المئوية للعمال الذين يزيد دخلهم عن  $300$  جنيه .  
ج عدد العمال المحصور دخلهم بين  $260$  ،  $240$  جنيهاً.

١٨ **الربط بالأجور:** إذا كانت أجور مجموعة مكونة من  $500$  عامل تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $60$  وانحرافه المعياري  $12$  فأوجد عدد العمال :

- أ الذين أجورهم لا تزيد عن  $54$  . ب الذين لا تقل أجورهم عن  $81$  .

١٩ **درجات الامتحان:** إذا كانت درجات الطلاب في امتحان ما متغيراً عشوائياً يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأوجد :

- أ احتمال الذين يحصلون على درجة أكبر من  $(\mu - \sigma)$  ب النسبة المئوية للطلاب الذين يحصلون على درجة محصورة بين :  $(\mu - \sigma)$  ،  $(\mu + \sigma)$  .





## اختبار تراكمي



١ صندوق به ١٥ كرة منها ٥ كرات حمراء مرقمة من ١ إلى ٥ ، ١٠ كرات سوداء مرقمة من ٦ إلى ١٥ سحب كرة واحدة عشوائياً من هذا الصندوق .

**أولاً:** احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

أ حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو تحمل رقماً فردياً.

ب حدث أن تكون الكرة المسحوبة سوداء وتحمل رقماً زوجياً.

**ثانياً:** هل أ ، ب حدثان متنافيان ؟ فسر إجابتك .

٢ إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً له دالة كثافة الاحتمال د(س) حيث :

$$د(س) = \begin{cases} ك(٢-س) & \text{عندما } ١ \leq س \leq ٣ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد :

أ قيمة الثابت ك ب ل (س ≤ ٢)

٣ في دراسة للعلاقة بين حجم الدخل الشهري (س) و حجم الادخار الشهري (ص) بالجنه المصري لعينة مكونة من ٢٠ أسرة ، كانت لدينا البيانات التالية :

$$\text{مجد ص} = ٣٠٠٠ \quad \text{مجد ص} = ٢٠٠ \quad \text{مجد س} = ٨٠٠٠٠٠$$

$$\text{مجد ص} = ٥٥٠٠ \quad \text{مجد س ص} = ٦٠٠٠٠$$

أ احسب معامل الارتباط الخطي بين حجم الدخل الشهري والادخار للأسرة .

ب أوجد معادلة خط الانحدار .

ج قدر المبلغ الذي تدخره شهرياً أسرة دخلها الشهري ٢٠٠٠ جنيه .

٤ إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً وكانت لديك الدالة :

$$د(س) = \frac{س + ٢}{١٨} \quad \text{حيث } س = ١, ٢, ٣, ٤$$

أ أوجد قيمة ك التي تجعل د(س) دالة توزيع احتمالي للمتغير س .

ب احسب المتوسط للمتغير س . ج أوجد ل (س ≥ ٢) .

٥ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما وكان :

$$ل(أ) = \frac{١}{٤} , \quad ل(ب) = س , \quad ل(أ \cup ب) = \frac{١}{٤}$$

**أولاً:** أوجد قيمة س في كل من الحالتين الآتيتين :

أ ، ب حدثان متنافيان . ب أ ∩ ب

**ثانياً:** إذا كانت س =  $\frac{١}{٤}$  فأوجد ل(أ ∩ ب) .



٦ **الربط بالطول:** إذا كانت أطوال مجموعة من الطلاب تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري ٨ سم فأوجد قيمة  $\mu$  إذا كان الطول المعياري لطالب طوله ١٨٠ سم هو ١,٢٥ .

٧ **الربط بالإنتاج:** إذا كان  $S$ ،  $V$  متغيرين يمثلان حجم الإنتاج ( $S$ ) و أجور العاملين ( $V$ ) بالآلاف جنيه مصرياً لإحدى الشركات، و كان لدينا البيانات التالية عن ٦ سنوات مختلفة .

حجم الإنتاج	١٠٠٠	٢٠٠٠	٢٥٠٠	٤٠٠٠	٢٣٠٠	٢٥٠٠
الأجور	١٥٠	٢٠٠	١٥٠	٧٠٠	١٨٠	٢٠٠

احسب قيمة معامل ارتباط الرتب بين حجم الإنتاج و الأجور ثم بين نوعه .

٨ **الربط بالحافز:** إذا كان توزيع حوافز عمال أحد المصانع هو توزيع طبيعي متوسطه  $\mu = ٧٥$  جنيهها وانحراف معياري  $\sigma = ١٠$  . أوجد النسبة المئوية لعدد العمال الذين:

- تزيد حوافزهم عن ٩٠ جنيهها .
- تقل حوافزهم عن ٥٥ جنيهها .
- تتراوح حوافزهم بين ٦٠ ، ٨٠ جنيهها .

٩ **الربط بالطقس:** إذا كانت درجات الحرارة في شهر يناير تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ١٦ درجة وانحرافه المعياري ٤ درجات فأوجد احتمال أن تكون درجة الحرارة في يوم ما خلال هذا الشهر :  
 أ واقعة بين ١٤ درجة ، ٢٠ درجة  
 ب أكبر من ١٥ درجة .

١٠ **ترشد الطاقة:** في مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية الموفرة ، لوحظ أن عمر المصابيح المنتجة (بالأيام) يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري ٢٠ يوماً وأن ٩٥ ، ٤ % من المصابيح المنتجة يقل عمرها عن ١٠٠ يوم .  
 أ أوجد قيمة  $\mu$   
 ب من ضمن ١٠٠٠٠ مصباح من المصابيح المنتجة ، قدر عدد المصابيح التي يتراوح عمرها بين ١٠٠ ، ١٥٠ يوماً .



## الاختبار الأول

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة وجدول المساحات

## السؤال الأول:

(أ) أكمل العبارات الآتية:

- ① إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء العينة  $\Omega$  لتجربة عشوائية حيث  $P(B) = 0.6$  فإن قيمة  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \dots$
- ② إذا كانت  $X$  متغيراً طبيعياً معيارياً بحيث  $P(X \geq 1.5) = 0.03$  فإن قيمة  $P(X \leq -1.5) = \dots$
- ③ إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين من فضاء العينة  $\Omega$  لتجربة عشوائية حيث  $P(A) = 0.3$ ،  $P(B) = 0.8$  فإن  $P(A - B) = \dots$
- ④ إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً وكان التوقع يساوي  $5$ ،  $E(X^2) = 34$  فإن الانحراف المعياري يساوي  $\dots$
- ⑤ إذا كانت معادلة انحدار  $Y$  على  $X$  هي  $Y = 0.2X + 3$  وكانت قيمة  $r$  الجدولية عندما  $n = 5$  هي  $0.6$  فإن مقدار الخطأ في قيمة  $Y$  تساوي  $\dots$

(ب)

$A$ ،  $B$  حدثان حيث  $P(A) = 0.6$ ،  $P(A \cap B) = 0.2$ ،  $P(B) = 0.3$  فاحسب:

①  $P(B|A)$  ②  $P(A|B)$

## السؤال الثاني:

(أ) الجدول الآتي يبين تقديرات 6 طلاب في مادتي الرياضيات (س) والإحصاء (ص) احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين س، ص وحدد نوعه.

س	ممتاز	مقبول	جيد	مقبول	جيد جداً
ص	جيد جداً	مقبول	مقبول	جيد	ممتاز

(ب) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطة  $\mu = 10$  وانحرافه المعياري  $\sigma = 2.5$

- ① أوجد  $P(X \geq 12.5)$
- ② إذا كان  $P(X \leq k) = 0.1056$  فأوجد قيمة  $k$ .

## السؤال الثالث:

(أ) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا وكانت:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1-s}{8} \text{ حيث } 1 \geq s \geq 0 \\ \text{صفر} \end{array} \right\} \text{ فيما عدا ذلك}$$



١ أثبت أن د(س) هي دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائي سـ .

٢ احسب ل ( ٢ > س > ٣ )

(ب) إذا كان الدخل الشهري لعدد ١٠٠٠ أسرة في إحدى المدن هو متغير عشوائي طبيعي متوسطه ١٧٠٠ جنيه وانحرافه المعياري ٢٠٠ جنيه واختيرت أسرة عشوائيًا من هذه الأسر فأوجد عدد الأسر التي يزيد دخلها عن ١٥٠٠ جنيه.

#### السؤال الرابع :

(أ) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًا متقطعًا مداه { ٢، ١، صفر، -١، -٢ } وكان ل ( سـ = ص ) =  $\frac{١}{١٥}$  لكل ص تنتمي إلى مدى س فأوجد قيمة أ ثم أوجد الانحراف المعياري للمتغير سـ .

(ب) إذا كان : كس = ٤٩ ، كص = ٤٥ ، كس = ٣٥٩ ، كص = ٣٠٣ ، كس = ٣٢٠ ، كص = ٧

١ احسب معامل الارتباط لبيرسون بين قيم س ، ص وعين نوعه.

٢ قدر قيمة ص عندما س = ٩ باستخدام خط الانحدار .

### الاختبار الثاني

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة وجدول المساحات

#### السؤال الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة،

١ إذا ألقي حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ علمًا بأن العدد الظاهر فردي يساوي :

أ  $\frac{١}{٤}$  ب  $\frac{١}{٣}$  ج  $\frac{١}{٢}$  د  $\frac{٣}{٤}$

٢ إذا كان أ ، ب حدثين وكان ل ( أ ∩ ب ) = ٠,٢ ، ل ( ب ) = ٠,٤ ، فإن ل ( أ | ب ) يساوي

أ ٠,٥ ب ٠,٠٦ ج ٠,١٤ د ٠,١

د(س) ك	٣	٥	٨
س	٢	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$

٣ قيمة ك في التوزيع الاحتمالي التالي هي :

أ  $\frac{١}{٤}$  ب  $\frac{١}{٣}$  ج  $\frac{٣}{٤}$  د ١

٤ إذا كانت درجات فصل في امتحان الإحصاء تتبع توزيعًا طبيعيًا متوسطه ٧٦ وانحرافه المعياري ٥ ، وحصل

أحمد في هذا الامتحان على ٦٦ درجة فإن درجة أحمد في صورة معيارية هي :

أ ٣ ب -٢ ج ١ د ٢



٥) المعامل الذي يمثل أقوى علاقة بين متغيرين هو:

- أ - ٠,٥٨      ب - ٠,٤٨      ج - ٠,٦٨      د - ٠,٧٨

(ب) صندوق يحوى ٩ كرات متماثلة فى الحجم والملبس ومركمة بالأرقام ٠، ١، ٢، ... ٨ سحبت عشوائياً منه كرتان الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع، احسب احتمال أن:

- ١) الكرة الأولى تحمل رقمًا زوجيًا والثانية تحمل رقمًا زوجيًا (الحصول على رقمين زوجيين).  
٢) الكرة الأولى تحمل رقمًا فرديًا والثانية تحمل رقمًا زوجيًا.

السؤال الثاني:

(أ) من بيانات الجدول الآتى:

١٠٠	١٢٠	١٢٠	١٥٠	١٨٠	١٥٠	مجموع
١٠٠	٨٠	٨٠	١٠٠	١٢٠	١٢٠	مجموع

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س، ص.

(ب) إذا كان س- متغيرًا عشوائيًا متقطعًا وتوزيعه الاحتمالي كالاتى:

٦	٤	٢	١	مجموع
٠,١	٠,٤	١	٠,٢	٥ (س-)

فأوجد قيمة ا ثم احسب قيمة كل من المتوسط والانحراف المعياري للمتغير العشوائى س-.

السؤال الثالث:

(أ) إذا كانت الأجور الشهرية لمجموعة من الموظفين فى إحدى الشركات تتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط  $\mu$  وانحراف معيارى  $\sigma = ٢٥٠$  جنيهاً وكانت النسبة المئوية لعدد الموظفين الذين تزيد أجورهم عن ٢١٥٠ جنيهاً هي ٩٧,٧٢% فأوجد قيمة  $\mu$ .

(ب) إذا كانت س متغيرًا عشوائيًا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{8}(s-k) & \text{عندما } 2 \leq s \leq 4 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

- ١) أوجد قيمة ك      ٢) أوجد ل (س > ٣)

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان كس = ٤٠، كص = ٣٠، كس = ٣٦٠، كص = ٢٠٠، كس ص = ٢٣٢، ن = ٥ فأوجد:

- ١) معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س، ص.  
٢) معادلة خط انحدار ص على س ثم قدر قيمة ص عندما س = ٩.  
(ب) إذا كان س- متغيرًا عشوائيًا معياريًا فأوجد قيمة ك إذا كان: ل (ص ≤ ك) = ٠,١١٧٠.



## الاختبار الثالث

## السؤال الأول:

(أ) أكمل العبارات الآتية:

- ① إذا كان  $L(B) = \frac{1}{4}$  ،  $L(A \cup B) = \frac{5}{4}$  فإن  $L(A|B)$  يساوي \_\_\_\_\_
- ② إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً مداه  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  وكان  $L(s=0) = L(s=4) = \frac{1}{16}$  ،  $L(s=1) = L(s=3) = \frac{1}{4}$  فإن  $L(s=2)$  يساوي \_\_\_\_\_

③ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(s) = \begin{cases} 3-s & \text{عندما } 0 \leq s \leq 3 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن  $L(s=2)$  يساوي \_\_\_\_\_

④ إذا كان  $A$  ،  $B$  حدثين مستقلين ،  $L(A) = 0.3$  ،  $L(B) = 0.6$  فإن  $L(A \cup B)$  يساوي \_\_\_\_\_

⑤ إذا كانت أطوال مجموعة مكونة من ١٠٠٠ شخص تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطة  $\frac{1}{4}$  ١٧٦ وانحرافه المعياري ٥ فإن عدد الأشخاص الذين يزيد طول كل منهم عن ١٨٥ سم يساوي ..

(ب) إذا كان  $A$  ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف أثبت أن:

$$L(B) = L(A) \times L(B|A) + L(A|B) \times L(A)$$

ثم استخدم ذلك في حساب  $L(B)$  إذا كان  $L(A) = 0.6$  ،  $L(A|B) = 0.8$  ،  $L(B|A) = 0.3$

## السؤال الثاني:

(أ) إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متصلًا ، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1+s^2}{24} & \text{عندما } 2 \leq s \leq 5 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

احسب كلا من:

②  $L(s \geq 4)$

①  $L(3 \leq s \leq 5)$

(ب) أوجد معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين المتغيرين  $s$  ،  $v$  من بيانات الجدول الآتي:

١٨	١٧	١٥	١٦	١٠	$s$
٩	٦	٨	٧	٥	$v$



## السؤال الثالث،

(أ) إذا كانت  $S$  متغيراً عشوائياً متقطعاً وكان توزيعه الاحتمالي يعطى بالدالة  $D$  حيث  $D(S) = \frac{S}{10}$ ،  $S \in \{1, 2, 3, K\}$  فأوجد:

① قيمة  $K$  واكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ .

② التوقع والتباين للمتغير العشوائي  $S$ .

(ب) إذا كانت  $S$  متغيراً عشوائياً طبيعياً وسطه الحسابي  $\mu = 50$ ، وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأوجد  $\sigma$  إذا كان  $L(S \geq 37, 25) = 0.0446$ .

## السؤال الرابع،

(أ) لدراسة العلاقة بين الكمية المطلوبة (ص) بالكيلو جرام والسعر (س) بالجنية لمنتج معين كان لدينا البيانات الآتية:

$\bar{S} = 25$ ،  $\bar{V} = 30$ ،  $\bar{S} = 181$ ،

$\bar{S} = 2$ ،  $\bar{V} = 100$ ،  $\bar{S} = 249$ ،  $\bar{V} = 5$  أوجد:

① معامل الارتباط لبيرسون بين  $S$ ،  $V$ .

② معامل انحدار الكمية المطلوبة على السعر.

(ب) إذا كان  $L(A|B) = \frac{2}{3}$ ،  $L(B|A) = \frac{5}{8}$ ،  $L(A) = \frac{3}{4}$  أوجد  $L(A \cup B)$

## الاختبار الرابع

## السؤال الأول،

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة،

① صندوق به ١٥ مصباحاً من بينها ٥ معيبة، إذا سحب مصباحان عشوائياً الواحد تلو الآخر دون إحلال فإن احتمال أن يكون المصباحان معييين هو:

①  $\frac{1}{3}$  ②  $\frac{2}{5}$  ③  $\frac{2}{7}$  ④  $\frac{2}{11}$

② إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية  $F$  وكان  $A \supset B$  فإن  $L(B|A)$  يساوي

①  $L(A)$  ②  $L(B)$  ③  $L(A \cap B)$  ④  $L(F)$

③ إذا كانت جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم فإن معامل الارتباط بين المتغيرين يساوي:

① -١ ② صفر ③  $\frac{1}{2}$  ④  $\frac{3}{4}$



٤ قيمة  $c$  في التوزيع الاحتمالي التالي هي :

٢	١	١-	٢-	صفر
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	د(س)
١	٢	٣	٤	٥

٥ إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $s$  هو ك

$$d(s) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 1 \leq s \leq 4 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن  $L(s < 2) =$  \_\_\_\_\_

- ١  $\frac{2}{3}$       ٢  $\frac{1}{3}$       ٣  $\frac{2}{4}$       ٤  $\frac{1}{3}$

(ب)  $A$ ،  $B$  حدثان من فضاء عينة  $\Omega$  لتجربة عشوائية،  $L(A) = \frac{1}{4}$ ،  $L(B|A) = \frac{2}{3}$  فاحسب  $L(A \cap B)$

السؤال الثاني:

(أ) إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي كالاتي :

٤	٣	٢	١	صفر
٠,١٥	٠,٣	٠,١	٠,٢	٠,٢٥

أوجد المتوسط والانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $s$ .

(ب) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذي يظهر على الوجه العلوي في كل مرة.

احسب احتمال وقوع الأحداث التالية :

١ ظهور عددين مجموعهما أكبر من ٨

٢ ظهور عددين الفرق المطلق بينهما أصغر من ٢ بشرط مجموعهما أكبر من ٨

السؤال الثالث:

(أ) الجدول التالي يبين تقديرات ستة طلاب في مادتي الفيزياء والرياضيات

تقديرات الفيزياء	مقبول	جيد	ممتاز	ضعيف	جيد جداً	جيد
تقديرات الرياضيات	مقبول	جيد جداً	جيد جداً	مقبول	ممتاز	ضعيف

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان مبيناً نوعه.



(ب) إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً متصلًا دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$d(S) = \begin{cases} \frac{1}{4}(S+1) & \text{حيث } 0 \leq S \leq 2 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد قيمة  $\theta$  احسب ل  $(\frac{1}{4} \leq S \leq \frac{3}{4})$

#### السؤال الرابع:

(أ) إذا كان المتوسط لمتغير عشوائي يساوي ١٥٠ وكان معامل الاختلاف له يساوي ٢٪ أوجد التباين لهذا المتغير العشوائي.

(ب) في دراسة العلاقة بين الوزن  $S$  (بالكيلو جرام) والطول  $V$  (بالسنتيمتر) لستة أشخاص وجد أن:

$$S = 274, V = 3, 913, S = 2, 24364$$

$$S = 2, 193624, S = 3, 52260 \text{ أوجد:}$$

① معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين  $S$ ،  $V$ .

② معادلة خط انحدار  $V$  على  $S$ .

### الاختبار الخامس

#### السؤال الأول:

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① إذا كان  $L \cap A = \{0, 3\}$ ،  $L \cap B = \{0, 4\}$ ،  $L \cap (A \cap B) = \{0, 2\}$  فإن  $L \cap (A \cup B) =$

$$\text{أ } \frac{1}{4} \quad \text{ب } \frac{5}{6} \quad \text{ج } 1 \quad \text{د } \frac{3}{4}$$

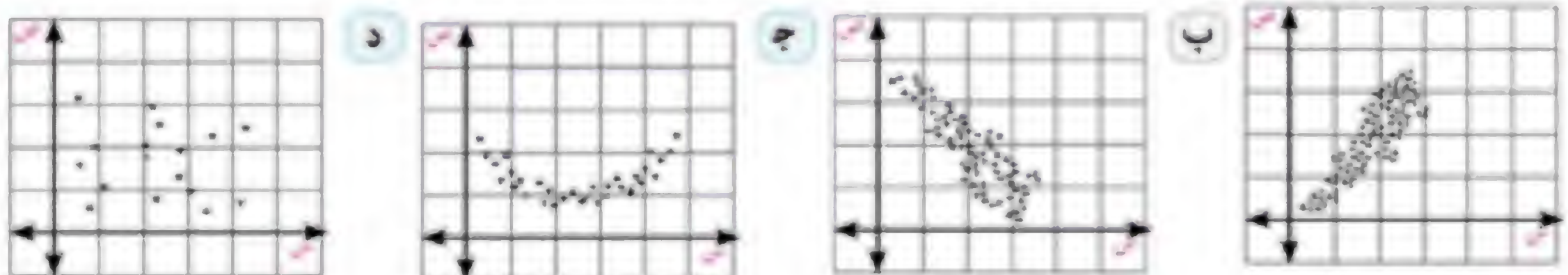
② قيمة المعامل الذي يمثل أقوى علاقة بين متغيرين هو:

$$\text{أ } -0,2 \quad \text{ب } 0,1 \quad \text{ج } -0,8 \quad \text{د } -0,7$$

③ إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً مداه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، وكان  $L \cap (S=1) = \{2\}$ ،  $L \cap (S=2) = \{\frac{1}{4}\}$ ،  $L \cap (S=3) = \{\frac{7}{16}\}$  فإن  $L \cap (S=5) =$  يساوي

$$\text{أ } \frac{3}{8} \quad \text{ب } \frac{3}{16} \quad \text{ج } \frac{3}{4} \quad \text{د } \frac{11}{16}$$

④ شكل الانتشار الذي يمثل ارتباط طردى هو





٥) إذا كان في علاقة بين متغيرين س، ص  $3س - ٥د = ٤$  ،  $3س - ٥د = ٢٥$  فإن معامل الاختلاف يساوي:

- أ ١٦٪ ب ٧٥٪ ج ٦٤٪ د ١٥,٦٪

٦) إذا كان أ، ب حدثين مستقلين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية، ل (أ) = ٢ ل (ب) = س، ل (أ | ب) =  $\frac{٧}{٩}$  فأوجد قيمة س.

### السؤال الثاني:

(أ) إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{32} (s+4) & \text{حيث } -2 \leq s \leq 2 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد:

- ١) قيمة ك ٢) ل (س > ٠) ٣) ل (-٢ <= س <= ٢)

٦) الجدول التالي يبين التقديرات التي حصل عليها ثمانية طلاب في إحدى الكليات في مادتي الرياضيات والفيزياء:

تقديرات الرياضيات (س)	ممتاز	جيد	جيد جداً	ضعيف	ممتاز	مقبول	جيد جداً
تقديرات الفيزياء (ص)	جيد جداً	جيد جداً	جيد	جيد جداً	ممتاز	مقبول	ممتاز

أوجد معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين التقديرات في المادتين، وحدد نوعه.

### السؤال الثالث:

٤) إذا كانت أوزان الطلاب في إحدى الكليات تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ٥٥ كجم وانحرافه المعياري  $\sigma$  وكانت أوزان ٢٣٪ من الطلاب تزيد عن ٦٦ كجم فأوجد:

- ١) الانحراف المعياري ٢) إذا كان عدد الطلاب ١٠٠٠٠ طالب فاحسب عدد الطلاب الذين تقل أوزانهم عن ٦٠ كجم.  
٦) إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً وسطه الحسابي  $\mu = ٣$  وتوزيعه الاحتمالي كما يلي:

س	صفر	ك	٣	٤
د(س)	٢	$\frac{1}{6}$	٤م	٥م

أوجد:

- ١) قيمتي م، ك ٢) الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف للمتغير س.



## السؤال الرابع:

(أ) صندوق به خمس بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٥ سحبت بطاقتان واحدة تلو الأخرى مع الإحلال. أوجد احتمال:

- ① أن يكون مجموع العددين على البطاقتين عددًا أوليًا.
  - ② أن يكون حاصل ضرب العددين أقل من ٧ إذا كان مجموعهما عددًا أوليًا.
- (ب) في دراسة للعلاقة بين المتغيرين س، ص حصلنا على النتائج التالية:
- ن = ١٠،  $\sum S = 35$ ،  $\sum S^2 = 187$ ،  $\sum V = 60$ ،  $\sum V^2 = 406$  فأوجد ك
- ① معادلة خط انحدار ص على س.
  - ② معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س، ص ثم حدد نوعه.

## الاختبار السادس

## السؤال الأول:

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ① أقوى معامل ارتباط فيمابلي هو:
    - أ ٠,٧
    - ب ١,٢
    - ج ٠,٩
    - د ٠,٣
  - ② إذا كان س متغيرًا عشوائيًا مداه {١، ٢، ٣} فإن الدالة التي تمثل دالة التوزيع الاحتمالي هي:
    - أ د(س) =  $\frac{2+S}{8}$
    - ب د(س) =  $\frac{1+S}{3}$
    - ج د(س) =  $\frac{S}{6}$
    - د د(س) =  $\frac{3+S^2}{6}$
  - ③ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردي إذا ظهر عدد أقل من ٤ هو:
    - أ  $\frac{1}{4}$
    - ب  $\frac{2}{3}$
    - ج  $\frac{2}{4}$
    - د  $\frac{1}{2}$
  - ④ إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٥، ل(ب) = ٠,٦ فإن ل(أ ∩ ب) = ٠.
    - أ ٠,٣
    - ب ١,١
    - ج ٠,٨
    - د ٠,١
  - ⑤ إذا كان س متغيرًا طبيعيًا وسطه  $\mu = 6$  والانحراف المعياري له  $\sigma = 3$  فإن المتغير الذي يخضع لتوزيع طبيعي معياري هو:
    - أ  $\frac{6-S}{3}$
    - ب  $\frac{3-S}{6}$
    - ج  $\frac{6-S}{3}$
    - د  $\frac{3-S}{6}$
- (ب) إذا كان أ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية، وكان ل(أ) = ٠,٦، ل(ب) = ٠,٣، ل(أ ∩ ب) = ٠,٩ احسب ل(أ | ب)



## السؤال الثاني،

(أ) الجدول التالي يبين تقديرات ستة طلاب في مادتي الرياضيات (س) والإحصاء (ص):

س	جيد	جيد جدًا	ضعيف	ممتاز	مقبول	ضعيف
ص	مقبول	ضعيف	جيد	مقبول	جيد جدًا	ممتاز

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان بين س، ص وبين نوعه .

(ب) إذا كانت س متغيرًا عشوائيًا متصلًا

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{18} (s+2) \text{ حيث } 2 \leq s \leq 4 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

أولاً: اثبت أن د(س) دالة كثافة احتمال للمتغير العشوائي سـ :

ثانيًا: أوجد ل (  $0 \leq s \leq 2$  )

## السؤال الثالث،

(أ) إذا كانت سـ متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا متوسطه  $\mu$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأحسب .

$$① \text{ ل } (\mu \leq s \leq \mu + \sigma)$$

$$② \text{ ل } (\mu - \frac{\sigma}{2} \leq s \leq \mu + \frac{\sigma}{2})$$

$$③ \text{ ل } (s - \mu \leq 1.8 \sigma)$$

(ب) إذا كان سـ متغيرًا عشوائيًا متقطعًا توزيعه الاحتمالي كالتالي :

سـ	١-	٠	١	٢	٤
د(سـ)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

أوجد قيمة ل ثم احسب المتوسط وتباين المتغير العشوائي سـ.

## السؤال الرابع،

إذا كان :

$$K_s = 540, \quad K_v = 60, \quad K_{sv} = 27112$$

$$K_s = 28252, \quad K_v = 30782, \quad K_{sv} = 8$$

أولاً: احسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين المتغيرين س ، ص.

ثانيًا: قدر قيمة ص عندما س = 30 باستخدام معادلة خط الانحدار.



## الاختبار السابع

## السؤال الأول:

(أ) أكمل ما يأتي:

- ١ إذا وقعت النقطتان (٥، ٦)، (٨، ٣) على خط انحدار ص على س فإن نوع الارتباط بين س، ص يكون \_\_\_\_\_
- ٢ إذا كان س متغيراً عشوائياً مداه  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ، دالة التوزيع الاحتمالي له هي د(س)  $= \frac{2^s}{5}$  فإن ك = \_\_\_\_\_
- ٣ إذا كان ل  $(A \cap B) = \frac{2}{8}$ ، ل (أ)  $= \frac{1}{4}$  فإن ل (ب | أ) = \_\_\_\_\_
- ٤ إذا كان أ، ب حدثين مستقلين وكان ل (أ)  $= 0.4$ ، ل (أ | ب)  $= 0.58$  فإن ل (ب) = \_\_\_\_\_
- ٥ إذا كانت س متغيراً طبيعياً وسطه  $\mu = 4$  وتباينه  $\sigma^2 = 25$  فإن ل (س  $\leq 14$ ) = \_\_\_\_\_

(ب) إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه الحسابي  $\mu = 55$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  فأوجد التباين الذي يحقق أن: ل (س  $\geq 45$ )  $= 0.228$ .

## السؤال الثاني:

(أ) إذا كانت س متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه  $\{-3, -2, -1, 1, 2\}$  وكان ل (س  $= -3$ )  $= \frac{1}{8}$ ، ل (س  $= -2$ )  $= \frac{1}{4}$ ، ل (س  $= 2$ )  $= \frac{1}{4}$ ، ل (س  $= 1$ )  $= \frac{1}{8}$ ، ل (س  $= 3$ )  $= \frac{1}{8}$ ، احسب:

أولاً: ل (س = ١) ثانياً: التوقع والتباين للمتغير العشوائي س.

(ب) الجدول التالي يبين تقديرات ستة طلاب في إمتحان مادتي الرياضيات والكيمياء

تقديرات الرياضيات	تقديرات الكيمياء	جيد جداً	مقبول	ضعيف	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول
مقبول	مقبول	جيد	جيد جداً	جيد	مقبول	مقبول	ممتاز	مقبول

احسب معامل ارتباط الرتب لسيرمان وبين نوعه.

## السؤال الثالث:

(أ) إذا كانت س متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + k & \text{حيث } 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فاحسب قيمة ك ثم أوجد ل (٢  $\leq$  س  $\leq$  ٤)

(ب) إذا علم أن احتمال أن يكون الجو ممطراً هو ٠.٢٤ واحتمال أن يكون الجو عاصفاً هو ٠.٣٦ واحتمال أن يكون الجو ممطراً وعاصفاً هو ٠.١٤ فاحسب احتمال كل من الأحداث الآتية:

أولاً: أن يكون الجو ممطراً أو عاصفاً.

ثانياً: أن يكون الجو ممطراً حيث إنه غير عاصف.



## السؤال الرابع:

- (أ) في دراسة للعلاقة بين متغيرين س ، ص إذا علم أن:
- $$\bar{X}_S = 477, \quad \bar{X}_V = 222, \quad \bar{X}_S = 15184, \quad \bar{X}_S^2 = 22593,$$
- أوجد معادلة خط انحدار ص على س ثم قدر قيمة ص عندما س = 100
- (ب) إذا كان س متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه  $\mu$ ، انحرافه المعياري  $\sigma = 8$  ، وكان ل (س < 64) = 0,0668 ، احسب المتوسط  $\mu$ .

## الاختبار الثامن

## السؤال الأول:

- (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:
- ١) إذا كانت معادلة خط انحدار ص على س هي ص = 0,2 س + 3 فإن قيمة ص المتوقعة عندما س = 5 هي:
- أ 0,2    ب 3,2    ج 3    د 4
- ٢) إذا كان س متغيراً عشوائياً وكان التوقع يساوي 3،  $\bar{X}_S = 20^2$  د (سر) = 14,5 فإن الانحراف المعياري يساوي:
- أ 11,5    ب 5,5    ج 4,8    د 2,35
- ٣) إذا كان ل (أ) =  $\frac{1}{4}$  ، ل (أ - ب) =  $\frac{3}{8}$  فإن ل (ب | أ) =:
- أ  $\frac{3}{8}$     ب  $\frac{3}{4}$     ج  $\frac{9}{32}$     د  $\frac{3}{16}$
- ٤) إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين وكان ل (أ) = 0,6 ، ل (ب) = 0,3 فإن ل (ب - أ) يساوي
- أ 0,9    ب 0,3    ج 0,18    د 0,12
- ٥) إذا كان ص متغيراً عشوائياً معيارياً فإن: ل (ص ≤ 1,5) تساوي لأقرب رقمين عشريين:
- أ 2,23    ب 1,51    ج 0,07    د 1,21
- (ب) في تجربة إلقاء حجرى نرد متميزين مرة واحدة . احسب احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين على الوجهين العلويين فردياً علماً بأن العدد الظاهر على الوجه الأول هو 4

## السؤال الثاني:

- (أ) إذا كانت س متغيراً عشوائياً متصلًا دالة كثافة الاحتمال له هي:
- $$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{12}(s+1) & \text{حيث } 0 \leq s \leq 2 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$
- احسب: أولاً: ل (س ≥ 2) ثانياً: ل (1 ≤ س ≤ 2).



(ب) الجدول التالي يبين درجات ستة طلاب في مادتي الإحصاء والرياضيات

درجة الإحصاء	٢٢	٢٥	١٩	٢٤	٢٥	١٣
درجة الرياضيات	٤٥	٣٥	٤٠	٢٨	٤٠	٢٥

احسب معامل الارتباط لسيرمان بين درجتى الإحصاء والرياضيات مبيناً نوعه .

### السؤال الثالث :

(أ) فى امتحان الرياضيات كانت درجات الطلبة موزعه توزيعاً طبيعياً بمتوسط قدره ٧٠ وانحراف معياري ٥ احسب عدد الطلاب المحتمل أن تزيد درجاتهم عن ٧٨ إذا علم أن عدد الطلبة المتقدمين لهذا الامتحان ١٠٠٠٠ طالب.

(ب) إذا كان س متغيراً عشوائياً توزيعه الاحتمالى كالتالى:

س	٢-	١-	صفر	٣	٤
د(س)	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$1\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

أوجد قيمة أ ثم أوجد المتوسط الحسابى والتباين للمتغير س-

### السؤال الرابع :

(أ) فى دراسة للعلاقة بين متغيرين س ، ص حصلنا على النتائج التالية:

$$\begin{aligned} \text{ن} = 7, \quad \text{كس} = 147, \quad \text{كص} = 99, \quad \text{كس}^2 = 2430, \\ \text{كص}^2 = 2123 \end{aligned}$$

① أوجد معادلة خط انحدار ص على س ② قدر قيمة ص عندما س = ٢٠

(ب) أ، ب حدثان مستقلان وكان ل (أ) = ٠,٦ ، ل (أ - ب) = ٠,٣٦ احسب ل (أ ∪ ب)

## الاختبار التاسع

### السؤال الأول :

(أ) أكمل ما يأتى :

① إذا كانت ل (أ) =  $\frac{2}{5}$  ، ل (ب | أ) =  $\frac{1}{4}$  فإن ل (أ ∩ ب) = \_\_\_\_\_

② إذا كان التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى س هو:

س	١-	٠	٢
د(س)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

فإن التوقع يساوى \_\_\_\_\_



- ٣) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين مستقلين من  $F$ ،  $L(B^c) = 0.4$ ،  $L(A \cup B) = 0.8$  فإن  $L(A) =$  \_\_\_\_\_
- ٤) في معادلة خط انحدار  $ص$  على  $س$ :  $ص = ب س + أ$  إذا كان معامل  $س$  أقل من صفر فإن الارتباط بين المتغيرين  $س$ ،  $ص$  يكون \_\_\_\_\_
- ٥) إذا كان  $س$  متغيراً عشوائياً متوسطه  $٧٥$  وانحرافه المعياري  $٤$  فإن  $L(س > ٨٥) =$  \_\_\_\_\_
- (ب) فصل دراسي به  $٤٢$  طالباً منهم  $٢٨$  يدرسون الانجليزية،  $٢١$  يدرسون الإيطالية،  $٧$  يدرسون اللغتين معاً، اختير طالب من هذا الفصل عشوائياً، احسب احتمال أن يدرس الطالب المختار:
- أولاً:** المادتين معاً
- ثانياً:** اللغة الإنجليزية إذا كان دارساً للإيطالية

## السؤال الثاني:

(أ) من بيانات الجدول الآتي:

١٢	١٠	١٤	١١	١٢	٩	س
١٨	١٧	٢٣	١٩	٢٠	١٥	ص

**أولاً:** احسب معامل الارتباط لبيرون وبين نوعه .**ثانياً:** باستخدام خط انحدار مناسب قدر قيمة  $ص$  واحسب قيمة الخطأ عندما  $س = ١١$ 

- (ب) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان  $L(B|A) = 0.4$ ،  $L(A|B) = 0.3$ ،  $L(A) + L(B) = 0.36$  فأوجد  $L(A)$ ،  $L(A \cup B)$

## السؤال الثالث:

(أ) إذا كان  $س$  متغيراً عشوائياً متصلًا

$$د(س) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{8} س \text{ حيث } 3 \leq س \leq 5 \\ \text{صفر} \text{ فيما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

**أولاً:** أثبت  $د(س)$  دالة كثافة للمتغير العشوائي  $س$ **ثانياً:** أوجد  $L(س < 4)$ 

- (ب) إذا كان  $س$  متغيراً عشوائياً طبيعياً وسطه الحسابي  $\mu = ١٥$  وانحرافه المعياري  $\sigma = ٥$  أوجد

١)  $L(١٢ < س < ١٧)$       ٢) قيمة  $ك$  حيث  $L(س > ك) = 0.3446$



## السؤال الرابع:

(أ) إذا كان  $x$  متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  وكان  $P(x=0) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=1) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=2) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=3) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=4) = \frac{1}{4}$  فأوجد:

**أولاً:** التوزيع الاحتمالي للمتغير  $x$  **ثانياً:** المتوسط الحسابي ومعامل الاختلاف للمتغير  $x$

(ب) صندوق يحتوي على ٧ كرات بيضاء، ٨ كرات حمراء، ٥ سوداء، سحبت كرتان على التوالي دون إحلال احسب احتمال:

**أولاً:** أن تكون الكرة الثانية بيضاء إذا كانت الأولى بيضاء.

**ثانياً:** أن تكون الكرة الأولى حمراء والكرة الثانية حمراء.

## الاختبار العاشر

## السؤال الأول:

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان  $x$  متغيراً عشوائياً مداه  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  وكان  $P(x=0) = \frac{1}{8}$ ،  $P(x=1) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=2) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=3) = \frac{1}{4}$ ،  $P(x=4) = \frac{1}{8}$  فإن  $P(x=1)$  تساوى \_\_\_\_\_

- أ  $\frac{1}{4}$       ب  $\frac{1}{8}$       ج  $\frac{1}{2}$       د ١

٢) إذا كان  $P(A|B) = 0.4$ ،  $P(A \cap B) = 0.1$  فإن  $P(B|A)$  يساوى :

- أ ٠.٣      ب ٠.٥      ج ٠.٠٤      د ٠.٨

٣) إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين متنافيين،  $P(A) = 0.3$ ،  $P(B) = 0.4$  فإن  $P(A \cup B)$  يساوى \_\_\_\_\_

- أ ٠.٣      ب ٠.٧      ج ٠.٩      د ٠.٦

٤) إذا كان  $x$  متغيراً عشوائياً وسطه الحسابي  $\mu = 45$  وانحرافه المعياري  $\sigma = 5$  فإن  $P(x \leq 55)$  يساوى \_\_\_\_\_

- أ ٠.٤٧٧٢      ب ٠.٩٧٧٢      ج ٠.٠٢٢٨      د ٠.٢٢٨٦

٥) إذا كانت معادلة خط انحدار  $y$  على  $x$  هي:  $y = 3 - x$  فإن الارتباط بين قيم  $x$ ، قيم  $y$  يكون:

- أ منعدمًا      ب طرديًا      ج عكسيًا      د تامًا

(ب) إذا كانت درجات الطلاب في إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعيًا وسطه الحسابي  $\mu = 42$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  حيث حصل ٢٦,١١% من الطلاب على أكثر من ٥٠ درجة أوجد  $\sigma$ .



## السؤال الثاني:

(أ) أوجد معامل الارتباط لسيرمان من بيانات الجدول التالي وبين نوعه:

٦	٥	٤	٣	٢	١	س
٧	١٢	٢٥	١٧	١٢	٣٥	ص

(ب) إذا كان أ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ ∩ ب) = ٠,٨، ل (ب) = ٠,٤، ل (أ) = ٠,٣، احسب ل (ب | أ)

## السؤال الثالث:

(أ) س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{6}s + k & \text{حيث } 0 \leq s \leq 3 \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد قيمة ك ثم أوجد ل (١,٥ ≤ س ≤ ٢,٥)

(ب) إذا كان أ، ب حدثين مستقلين من فضاء عينة لتجربة عشوائية و كان ل (ب) = ٠,٤، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢٤، فاحسب ل (أ | ب)، ل (أ ∪ ب)

## السؤال الرابع:

(أ) حجرا نرد منتظمان، الأول كتب على كل وجهين متقابلين منه أحد الأعداد ١، ٣، ٥ والثاني كتب على كل وجهين متقابلين منه أحد الأعداد ٢، ٤، ٦ فإذا أُلقي الحجران وكان المتغير العشوائي س يعبر عن مجموع العددين الظاهريين فأوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير س واحسب التوقع ومعامل الاختلاف.

(ب) البيانات التالية تمثل الإنفاق ص والدخل س بالجنيه في اليوم لعينة:

٩٠	٦٥	٧٠	٤٥	٦٠	٥٠	س
٧٠	٥٥	٥٠	٣٥	٣٥	٤٥	ص

أولاً: قدر الإنفاق إذا كان الدخل ٦٣

ثانياً: احسب الخطأ عندما س = ٤٥



## جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعي المعياري

٠,٠٩	٠,٠٨	٠,٠٧	٠,٠٦	٠,٠٥	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠	٢
٠,٠٣٥٩	٠,٠٣١٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠١٩٩	٠,٠١٦٠	٠,٠١٢٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠
٠,٠٧٥٣	٠,٠٧١٤	٠,٠٦٧٥	٠,٠٦٣٦	٠,٠٥٩٦	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥١٧	٠,٠٤٧٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٣٩٨	٠,١
٠,١١٤١	٠,١١٠٢	٠,١٠٦٤	٠,١٠٢٦	٠,٠٩٨٧	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩١٠	٠,٠٨٧١	٠,٠٨٣٢	٠,٠٧٩٣	٠,٢
٠,١٥١٧	٠,١٤٨٠	٠,١٤٤٣	٠,١٤٠٦	٠,١٣٦٨	٠,١٣٣١	٠,١٢٩٣	٠,١٢٥٥	٠,١٢١٧	٠,١١٧٩	٠,٣
٠,١٨٧٩	٠,١٨٤٤	٠,١٨٠٨	٠,١٧٧٢	٠,١٧٣٦	٠,١٧٠٠	٠,١٦٦٤	٠,١٦٢٨	٠,١٥٩١	٠,١٥٥٤	٠,٤
٠,٢٢٢٤	٠,٢١٩٠	٠,٢١٥٧	٠,٢١٢٣	٠,٢٠٨٨	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠١٩	١٩٨٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩١٥	٠,٥
٠,٢٥٤٩	٠,٢٥١٧	٠,٢٤٨٦	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٢٣	٠,٢٣٨٩	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٢٤	٠,٢٢٩١	٠,٢٢٥٩	٠,٦
٠,٢٨٥٢	٠,٢٨٢٣	٠,٢٧٩٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٠٤	٠,٢٦٧٣	٠,٢٦٤٢	٠,٢٦١١	٠,٢٥٨٠	٠,٧
٠,٣١٢٣	٠,٣١٠٦	٠,٣٠٧٨	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٢٣	٠,٢٩٩٥	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩١٠	٢٨٨١	٠,٨
٠,٣٢٨٩	٠,٣٢٦٥	٠,٣٢٤٠	٠,٣٢١٥	٠,٣١٨٩	٠,٣١٦٤	٠,٣١٣٨	٠,٣١١٢	٠,٣٠٨٦	٠,٣٠٥٩	٠,٩
٠,٣٦٢١	٠,٣٥٩٩	٠,٣٥٧٧	٠,٣٥٥٤	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٠٨	٠,٣٤٨٥	٠,٣٤٦١	٠,٣٤٣٨	٠,٣٤١٣	١,٠
٠,٣٨٢٠	٠,٣٨١٥	٠,٣٧٩٠	٠,٣٧٧٠	٠,٣٧٤٩	٠,٣٧٢٩	٠,٣٧٠٨	٠,٣٦٨٦	٠,٣٦٦٥	٠,٣٦٤٣	١,١
٠,٤٠١٥	٠,٣٩٩٧	٠,٣٩٨٠	٠,٣٩٦٢	٠,٣٩٤٤	٠,٣٩٢٥	٠,٣٩٠٧	٠,٣٨٨٨	٠,٣٨٦٩	٠,٣٨٤٩	١,٢
٠,٤١٧٧	٠,٤١٦٢	٠,٤١٤٧	٠,٤١٣١	٠,٤١١٥	٠,٤٠٩٩	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٣٢	١,٣
٠,٤٣١٩	٠,٤٣٠٦	٠,٤٢٩٢	٠,٤٢٧٩	٠,٤٢٦٥	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤١٩٢	١,٤
٠,٤٤٤١	٠,٤٤٢٩	٠,٤٤١٨	٠,٤٤٠٦	٠,٤٣٩٤	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٣٢	١,٥
٠,٤٥٤٥	٠,٤٥٣٥	٠,٤٥٢٥	٠,٤٥١٥	٠,٤٥٠٥	٠,٤٤٩٥	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٥٢	١,٦
٠,٤٦٣٣	٠,٤٦٢٥	٠,٤٦١٦	٠,٤٦٠٨	٠,٤٥٩٩	٠,٤٥٩١	٠,٤٥٨٢	٠,٤٥٧٣	٠,٤٥٦٤	٠,٤٥٥٤	١,٧
٠,٤٧٠٦	٠,٤٦٩٩	٠,٤٦٩٣	٠,٤٦٨٦	٠,٤٦٧٨	٠,٤٦٧١	٠,٤٦٦٤	٠,٤٦٥٦	٠,٤٦٤٩	٠,٤٦٤١	١,٨
٠,٤٧٦٧	٠,٤٧٦١	٠,٤٧٥٦	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٤٤	٠,٤٧٣٨	٠,٤٧٣٢	٠,٤٧٢٦	٠,٤٧١٩	٠,٤٧١٣	١,٩
٠,٤٨١٧	٠,٤٨١٢	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٧٢	٢,٠
٠,٤٨٥٧	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٤٣	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٢١	٢,١
٠,٤٨٩٠	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦١	٢,٢
٠,٤٩١٦	٠,٤٩١٣	٠,٤٩١١	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠١	٠,٤٨٩٨	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٣	٢,٣
٠,٤٩٣٦	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩١٨	٢,٤
٠,٤٩٥٢	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٣٨	٢,٥
٠,٤٩٦٤	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٣	٢,٦
٠,٤٩٧٤	٠,٤٩٧٣	٠,٤٩٧٢	٠,٤٩٧١	٠,٤٩٧٠	٠,٤٩٦٩	٠,٤٩٦٨	٠,٤٩٦٧	٠,٤٩٦٦	٠,٤٩٦٥	٢,٧
٠,٤٩٨١	٠,٤٩٨٠	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٦	٠,٤٩٧٥	٠,٤٩٧٤	٢,٨
٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٣	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨١	٢,٩
٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٣,٠
٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩٠	٣,١
٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٣,٢
٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٣,٣
٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٣,٤
٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٣,٥



## اجابات التمارين

### الوحدة الأولى : الارتباط والانحدار

#### إجابات تمارين (١ - ١)

- ١ د ٢ د ٣ ب ٤ ج  
٥ د ٦ ٠,٩ س ٧ ٠,٨٨٥٧  
٨ ٠,٩٨٥ - عكسي  
٩ ٠,٣٣٧٥ طردى  
١٠ ٠,٣٨ طردى  
١١ ٠,٧٤ - عكسي  
١٢ ٠,٩١ - عكسي  
١٣ ٠,٧٢٨٥٧١٤  
١٤ ٠,٥٧ طردى  
١٥ ٠,٨٥٤٥ طردى  
١٦ ٠,٨٦٦١ طردى

#### إجابات تمارين (٢ - ١)

- ١ ب ٢ ب ٣ ج ٤ أ  
٥ د ٦ د  
٧ ص = ٠,٧٠٣ + ٠,٧٢٣ س  
٨ ٠,٨٥٩٢ ≈ ١ ٠,٢٨٦٨ = ب  
٩ ٠,٦٩٩٩٩ ≈ ١ ٢,٨ = ص ١٢,٤ - س  
١٠ ٣٦,٨٥ - ٠,٦٢٢٣ س  
١١ ٠,٩٢٣٧ - عكسي  
١٢ ٠,٩١٥٢٣٧ - عكسي  
١٣ ٩,٥٦٢٨ - ٩٤,٤٩٣ = ص  
١٤ ٠,٧٦٨٥٦ طردى  
١٥ ص = ٨,٤٨٢٥ + ٠,٤٠٣٨١ س  
١٦ ج ص ≈ ٢٨,٦٧ جنيه  
١٧ د ٢٨ الخطأ = ٣,٣٧  
١٨ ص = ١,٣٥ - ٠,٣٧٥ س  
١٩ ب ≈ ٩٤٤,٦٣

#### إجابات تمارين عامة

- ١ أ ٢ ج ٣ د ٤ د  
٥ ب ٦ أ  
٧ س ≈ ٠,٤٧ طردى  
٨ س ≈ ٠,٦٠١٣ طردى

٩ س ≈ ٠,٨١٧٩ طردى.

١٠ س ≈ ٠,٤١ - عكسي

١١ س ≈ ٠,٨٩٣٣٧

١٢ ١ س ≈ ٠,٥٥٢٩٦

ب ص = ٢,٨٢٢٣ + ٠,٣٢٤٩ س ص ≈ ٥,٠٩٦

١٣ س ≈ ٠,٩٣ ص ≈ ١١

١٤ ١ ص = ١١,٥٤٨٣ - ٢٠,٥٣ س

ب ص ≈ ٤,٧٧

ج الخطأ = |٤,٧٧ - ٣| ≈ ١,٧٧

#### إجابة اختيار تراكمي

- ١ أ ٢ ح ٣ ح ٤ أ  
٥ ح ٦ ب

٧ إذا كانت الإشارة موجبة فالارتباط طردى، وإذا

كانت الإشارة سالبة فالارتباط عكسي.

٨ ١ س ≈ ٠,٥٢١١ - عكسي

ب ص ≈ ١٣٥,١٧ - س ص ≈ ٧٣,١٧

ج الخطأ = |٦٩,١٧ - ٧٢| = ٢,٨٣

٩ ١ س ≈ ٠,٩٤٢٦ -

ب ص ≈ ١٠,٣٨ - ٠,١٥٤ س

ج ٤,٢٢

د الخطأ ≈ ١,٥٢٨

### الوحدة الثانية: الاحتمال الشرطى

#### إجابات تمارين (١ - ٢)

- ١ ب ٢ أ ٣ ١/٣ ٤ ١/٢  
٥ أ

٦ أولاً: ٠,٢١ ثانياً: ٠,٨٩

٧ ٢/٥ ثالثاً: ٠,٥٢٥ رابعاً: ١٩/٣٠

٨ ٢/٥ أولاً: ٢/٥ ثانياً: ٢٩/٣٥

٩ ٢/٣ أولاً: ١/٦ ثانياً: ١/٢

١١ ٠,٤٢ أولاً: ١١/١٥ ثانياً: ٣/٥ ثالثاً: ١/٣



إجابة الاختبار التراكمي

- ١ صفر ٢  $\frac{1}{6}$  ٣  $\frac{2}{5}$  ٤ ١  
٥ ب ٦ ب ٧ ج ٨  $\frac{40}{56}$   
٩  $\frac{14}{15}$  ب  $\frac{1}{3}$  ج  $\frac{1}{5}$   
١٠  $\frac{23}{40}$  ب  $\frac{21}{40}$  ج  $\frac{14}{40}$

الوحدة الثالثة: المتغيرات العشوائية والتوزيعات

الاحتمالية

إجابات تمارين (١ - ٣)

- ١ ج ٢ أ ٣ ب ٤ أ  
٥ د ٦ د  
٧  $\frac{1}{8}$  ب  $\frac{1}{10}$  ج  $\frac{4}{5}$  ٨ ١، ٠  
٩ م = ١

٤	٢	٠	٢ -	مدير
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	د (مدير)

١٠ أ = ٣

٤	٣	٢	١	مدير
$\frac{18}{54}$	$\frac{10}{54}$	$\frac{12}{54}$	$\frac{4}{54}$	د (مدير)

١١ ك = ٥

٤	٣	٢	١	مدير
$\frac{17}{50}$	$\frac{14}{50}$	$\frac{11}{50}$	$\frac{8}{50}$	د (مدير)

١٢

٣	١	١ -	٣ -	مدير
$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	د (مدير)

١٣

١٠	٩	٨	٧	٦	مدير
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	د (مدير)

١٤

٦	٥	٤	٣	٢	١	مدير
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	د (مدير)

١٥

٤	٣,٥	٣	٢,٥	٢	١,٥	١	مدير
$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{7}{16}$	د (مدير)

- ١٢ أولاً:  $\frac{1}{11}$  ثانياً:  $\frac{1}{4}$  ثالثاً:  $\frac{4}{9}$   
١٤  $\frac{1}{4}$  أولاً:  $\frac{1}{10}$  ثانياً:  $\frac{7}{16}$   
١٦  $\frac{3}{7}$  أولاً:  $\frac{4}{11}$  ثانياً:  $\frac{5}{22}$  ثالثاً:  $\frac{35}{132}$   
١٨ أولاً:  $\frac{26}{53}$  ثانياً:  $\frac{55}{113}$   
١٩ أولاً:  $\frac{5}{7}$  ثانياً:  $\frac{1}{2}$  ثالثاً:  $\frac{13}{40}$   
٢٠ أولاً:  $\frac{3}{4}$  ثانياً:  $\frac{1}{2}$  ثالثاً:  $\frac{3}{16}$  رابعاً:  $\frac{13}{14}$   
٢١ نشاط: أولاً:  $\frac{5}{6}$  ثانياً:  $\frac{2}{3}$

إجابات تمارين (٢ - ٣)

١ أ، ج، ز أحداث مستقلة.

ب، د، هـ، و أحداث غير مستقلة.

- ٢ ج ٣ ب ٤ د ٥  $\frac{1}{12}$   
٦  $\frac{1}{16}$  ٧ أ، ب حدثان مستقلان  
٨ أولاً: ٠, ٢ ثانياً:  $\frac{2}{7}$

٩  $\frac{1}{4}$  ١٠  $\frac{1}{15}$

١١  $\frac{3}{90}$  ب  $\frac{9}{190}$

ج  $\frac{10}{190}$  د  $\frac{2}{90}$

١٢ أولاً: ٠, ٢٨ ب ٠, ٨٢

ج ٠, ٥٤ د ٠, ٧٢

ثانياً:  $\frac{2}{5}$

إجابات التمارين العامة

١ ج ٢ ب ٣ د ٤ ج

٥ أ ٦  $\frac{1}{10}$  ٧  $\frac{2}{5}$

٨  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{3}{8}$

٩  $\frac{5}{96}$  ب  $\frac{5}{32}$  ج  $\frac{1}{16}$  د  $\frac{3}{16}$

١٠  $\frac{1}{2}$  ١١  $\frac{1}{6}$  ب  $\frac{5}{9}$  ج  $\frac{4}{9}$

١٢ ٠, ٤٨ ١ ٠, ٩٢ ب ٠, ٨ ج

١٣  $\frac{9}{60}$  ب  $\frac{24}{60}$  ج  $\frac{16}{60}$  د  $\frac{17}{60}$

١٤  $\frac{1}{5}$  ب  $\frac{1}{4}$  ج  $\frac{1}{6}$

١٥  $\frac{16}{20}$  ب  $\frac{3}{4}$  ج  $\frac{1}{5}$

١٦  $\frac{1}{4}$  ب  $\frac{2}{9}$  ج  $\frac{1}{5}$



١٦ مدى س = {٣، ٢، ١، ٠}

مدير	٠	١	٢	٣
د (مدير)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

١٧ نشاط :

مدير	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
د (مدير)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

أولاً: أ  $\frac{1}{2}$  ب  $\frac{1}{2}$   
ج  $\frac{5}{6}$  د  $\frac{10}{36}$

ثانياً: القيمة المتوقعة ٧

إجابات تمارين (٣ - ٢)

١ ب ٢ ب ٣ ج ٤  $\mu = \frac{11}{2}$   
 $\sigma = \sqrt{5}$

٥  $\mu = \frac{22}{24}$   $\sigma \approx 2,01$

٦  $\mu = \frac{5}{12}$   $\sigma \approx 1,00$

٧ أولاً: أ = ٤، ثانياً:  $\mu = 3$   $\sigma \approx 1,00$

٨  $\mu = 2,6$   $\sigma^2 = 0,96$

٩ أولاً:  $\frac{11}{16}$  ثانياً:  $\mu = 2$   $\sigma = 1$

١٠ أولاً: ح  $\frac{1}{2}$

ثانياً: التوزيع الاحتمالي:

مدير	٣-	صفر	٢	٦
د (مدير)	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$

$\mu = \frac{0}{3}$   $\sigma^2 \approx 14,2$

١١ أ = ٦  $\sigma^2 = 1,00$

١٢ أولاً: أ  $\frac{13}{2}$  ثانياً:  $\mu = \frac{7}{2}$   $\sigma^2 = \frac{0}{9}$

١٣ أولاً: أ = ١٨ ثانياً: معامل الاختلاف = ٣٧,٧%

١٤ أولاً: م = ١- ثانياً:  $\mu = \frac{0}{8}$   $\sigma^2 = \frac{135}{64}$

١٥ أولاً: أ  $\frac{20}{19}$  ثانياً:  $\mu = \frac{23}{19}$   $\sigma^2 = 1,2$

١٦ أولاً: ل (س = ٠)  $\frac{1}{8}$  ل (س = ٢)  $\frac{0}{8}$

ثانياً: معامل الاختلاف = ١٣٢,٣%

١٧ أولاً: أ  $\frac{1}{12}$   $\therefore$  ك = ٣ ثانياً:  $\sigma = 1,10$

إجابات تمارين (٣ - ٣)

١ ب ٢ أ ٣ أ

٤ أولاً:  $\frac{1}{4}$  ثانياً:  $\frac{7}{12}$

٥ أولاً:  $\frac{3}{4}$  ثانياً:  $\frac{5}{12}$

٦ أولاً: د (س) دالة كثافة ثانياً:  $\frac{20}{27}$

٧ أولاً:  $\frac{4}{9}$  ثانياً:  $\frac{7}{9}$

٨ أولاً: أ =  $\frac{1}{8}$  ثانياً:  $\frac{1}{2}$

٩ أولاً: أ = ٠ ثانياً:  $\frac{1}{2}$

١٠ أولاً: أ =  $\frac{1}{4}$  ثانياً:  $\frac{1}{2}$

١١ أولاً: ك = ٨ ثانياً:  $\frac{3}{16}$

١٢ أولاً:  $\frac{1}{4}$  ثانياً:  $\frac{7}{2}$

١٣ أولاً: أ = ١ ثانياً: ب = ٢

إجابات التمارين العامة للوحدة الثالثة

١ ح ٢ أ ٣ أ

مدير	٣-	١-	٠	١	٣
د (مدير)	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{9}$

٥  $\therefore$  م = ١-

مدير	٢-	١-	١	٢
د (مدير)	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{6}{16}$

٦ أ  $\frac{1}{7}$   $\frac{0}{14}$

مدير	١	٢	٣	٤	٥	٦
د (مدير)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{11}{36}$

٨ أولاً:

مدير	٠	٢	٤
د (مدير)	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$

ثانياً:  $\frac{7}{9}$



- ٥) أ) ١٣٧,٥ =  $\mu$  ب) ٤٥ =  $\mu$   
 ج) أولًا: ١٠,٥ =  $\sigma$  ثانيًا: ٠,٨٤١٣  
 د) ٠,٢٩٠٢  
 هـ) أولًا: ١,٩١ ثانيًا: ١,٦٥ =  $\sigma$   
 و) أولًا: ٠,١١٥١ ثانيًا: ٠,٥٤٠٣  
 ز) أولًا: ٠,٠٤٤٦ ثانيًا: ٠,٨١٨٥  
 ح) أولًا: ٠,٨٢٧٤ ثانيًا: ٥٢,٥  
 ط) أولًا: ٠,٦٢٤٧ ثانيًا: ٠,٨٤١٣  
 ي) أولًا: ٠,٠٤٠١ ثانيًا: ٠,٦١٤٧  
 ك) أولًا: ٠,١٠٥٦ ثانيًا: ١٠,٥

اجابة تمارين (٤-٢)

- ١) ٠,٦٢٤٧ ، ٨٤١ أسرة ٢) ٢٤٩,٦٧ ، ١٥٩ طالب  
 ٣) ٦٢ تلميذاً. ٤) ١٥٤٧ طالب  
 ٥) ٢٠ أسرة ٦) ٠,١٠٥٦  
 ٧) ٠,٩٥٢٥ ٨) ٤٤٢ عامل  
 ٩) ٠,٨٤١٣ ١٠) ٠,٦٤٥١  
 ١١) ٩٧٧ شاب ١٢) ١٦  
 ١٣) ١١,٣٦ =  $\sigma$  ١٤) ٢٤٩,٦٧  
 ١٥) ١٢,٥ =  $\sigma$  ١٦) ٥ طلاب  
 ١٧) ١٧١ اسطوانة ١٨) ٠,٨٤١٧  
 ١٩) ١٧٠ =  $\mu$  ٢٠) ٠,٨٤١٣  
 ٢١) ٥٠ =  $\mu$  ٢٢) ٠,٥٣٢٨  
 ٢٣) ٠,٩٨٣٥ ٢٤) ٠,١٩٤٩

اجابة تمارين عامة على الوحدة الرابعة

- ١) ٠,٠٢٢٨ ٢) ٧٧,٦ =  $\mu$

٩

حرف	١١	٩	٧	٥	٣
د (سبر)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$\mu = ٧$  ،  $\sigma \approx ٢,٣٠٩٤$

١٠

حرف	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢
د (سبر)	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

$\mu = ٥$  ،  $\sigma \approx ١,٥٨١$

- ١١) ب)  $\frac{1}{9}$  ، أ) ٣  $\sigma \approx ١,٠٨$

- ١٢) أولًا:  $\frac{3}{8}$  ثانيًا:  $\frac{٢٧}{٣٢}$

- ١٣) أولًا: أ = ٢ ثانيًا:  $\frac{٧}{١٦}$

حل اختبار تراكمي على الوحدة الثالثة

- ١)  $\frac{٥}{١١}$  ٢) ٢,١٦ ٣) ٠,٣٨ ٤) ٠,٣٨  
 ٥) أولًا:  $\frac{1}{3}$  ثانيًا:  $\frac{2}{3}$

الوحدة الرابعة: التوزيع الطبيعي

اجابة تمارين (٤-١)

- ١) أ) ٠,٣٧٤٩ ، ٠,٤٩٢٢ ب) ٠,٠١٦٠ ، ٠,٤٤٨٤  
 ج) ٠,٠١٦ ، ٠,٩٠١ د) ٠,٩٤٤٧ ، ٠,٦٩٧١  
 هـ) ٠,٠٧٥٧ ، ٠,٠٦٦٩ و) ٠,١٦٠٩ ، ٠,١٣٣٧  
 ز) ٠,٠٧٤٩ ، ٠,٠٢٠٢ ح) ٠,٨٧٢٩ ، ٠,٩٨٩٨  
 ط) ٠,٧٤٢٢ ، ٠,٩٢٢٢ ي) ٠,٣٢٦٤ ، ٠,٠٥٤٨  
 ٢) أ) ١,٠٦ ب) ١,٣٥ ج) ٠,٢٨ د) ١,٩٧  
 هـ) ٠,٨٥٠ و) ١,٣٢ ز) ٢,٦١  
 ح) ٠,٨٤ ط) ٠,٦٥ ي) ٠,٢٣  
 ٣) أ) ٠,٩٤ ، ٠,٧٨١٨ ب) ٢,٠٤ ، ٠,٢٦٧٠  
 ج) ١,٢٥ ، ٠,٦٥٢٤ د) ١,٨٣ ، ٠,٩٦٦٤  
 هـ) ٢,٦٧ ، ٠,٩١٥٤ و) ١,٣ ، ٠,٦٧٦٦  
 ٤) أ)  $\sigma = ٨$  ب)  $\sigma = ٧$  ،  $\mu = ٤٠$   
 د)  $\mu = ٦٠$  هـ)  $\mu = ٥٠$  و) ٠,٥٨  
 ز)  $\sigma = ٣٨$  ح)  $\sigma = ٨٠$  ط)  $\sigma = ٥٢$



- ٢  $7,0 = \sigma$
- ٤  $0,9332 \rightarrow 0,8012 \text{ ب } 0,7724 \text{ ا}$
- ٥  $4 = \sigma, 16 = \mu$
- ٦  $0,1030 \text{ ب } 0,9044 \text{ ا}$
- ٧  $10 = \sigma \rightarrow 20 = \mu \text{ ب } 20 = \mu \text{ ا}$
- ٨  $40 = \kappa \text{ ب } 0,0228 \text{ ا}$
- ٩  $0,0062 \text{ ب } 99,36 = \text{ ا}$
- $0,7888 \text{ د } 0,0228 \rightarrow$
- ١٠  $0,4013 \text{ ب } 48 = \mu \text{ ا}$
- ١١  $1,22 \text{ ب } 1,20 \text{ ا}$
- ١٢  $0,0228 \text{ د } 0,6826 \rightarrow 0,0 \text{ ب } 0,0 \text{ ا}$
- $0,3830 \text{ و } 0,8180 \rightarrow$
- ١٣  $1,48 = \text{ ا } \text{ ب } 0,93 = \text{ ا}$
- ١٤  $90,6 = \kappa$
- ١٥  $37,0 = \mu \text{ ب } 50 = \mu \text{ ا}$
- ١٦  $0,3103$
- ١٧  $\% 89,44 \text{ ب } 0,0228 \text{ ا}$
- $187 \text{ عامل} \rightarrow$
- ١٨  $20 \text{ عامل} \text{ ب } 104 \text{ عامل} \text{ ا}$
- ١٩  $\% 90,44 \text{ ب } 0,8413 \text{ ا}$

حل اختبار تراكمي الوحدة

- ١ **أولاً:**  $\frac{2}{3} \text{ ا } \frac{1}{3} \text{ ب}$
- ثانياً:** نعم لأن تقاطعهم هو  $\phi$
- ٢  $\frac{1}{6} \text{ ا } \frac{1}{2} \text{ ب}$
- ٣  $0,8 \text{ ا}$
- $8,071430 + \text{س } 0,0428071 = \text{ص} \text{ ب}$
- $94,29 = \text{ص} \rightarrow$
- ٤  $\frac{4}{9} \rightarrow 2\frac{1}{9} \text{ ب } 1 = \kappa \text{ ا}$
- ٥ **أولاً:**  $\frac{1}{6} \text{ ا } \frac{2}{3} \text{ ب } \frac{1}{12} \text{ ثانياً:}$
- ٦  $170 \text{ سم}$
- ٧  $0,02807 \text{ طردى}$



# الجزء الثانى

## الإقتصاد



## لجنة تعديل وتعميق البعد الافريقي

م	الاسم	الجهة
١	أ . د / حمدنا الله مصطفى حسن	كلية الآداب جامعة عين شمس (تاريخ حديث ومعاصر)
٢	أ . د / عزيزة بدر	معهد البحوث الافريقية / جامعة القاهرة (جغرافيا)
٣	د / سالي محمد فريد	معهد البحوث والدراسات الافريقية (اقتصاد افريقي وتنمية)
٤	د / محمود محمد إبراهيم عطية	مدير عام تنمية مادة الدراسات الاجتماعية بديوان عام الوزارة
٥	د / ثناء أحمد جمعة	رئيس قسم الدراسات الاجتماعية بمركز تطوير المناهج
٦	د / ميرفت عبد النبي سيد	خبير بمركز تطوير المناهج والمواد التعليمية



## مقدمة الاقتصاد

### عزيزى الطالب

بين يديك مادة الاقتصاد التى تقدم إليك صورة مبسطة عن علم الاقتصاد وتطوره ودوره فى حياتنا حتى يمكنك مواكبة التطورات الاقتصادية من حولك ، وفهم كل جديد فى عالم الاقتصاد ، لتستطيع التعايش والتعامل مع كل ما يتعلق بالقضايا الاقتصادية .

ففى هذا الكتاب سوف يناقش الموضوعات التالية

- فى الفصل الأول وعنوانه « الاقتصاد والمشكلة الاقتصادية »

يشرح مبررات دراسة علم الاقتصاد موضحاً مدى أهمية توافر المعلومات كعنصر مساعد فى حل المشكلة الاقتصادية ، وكذلك سيناقش مجالات علم الاقتصاد

- فى الفصل الثانى وعنوانه « عناصر الإنتاج »

يفرق بين عناصر الإنتاج المختلفة موضحاً خصائص كل منهم .

- فى الفصل الثالث وعنوانه « الدخل القومى »

يتعرف على مفهوم الدخل القومى والفرق بينه وبين مفهوم الناتج القومى ، وعلاقتها بمستوى التقدم الاقتصادى للدول .

- فى الفصل الرابع وعنوانه « المالية العامة ودور الدولة »

يتتبع دور الدولة فى النشاط الاقتصادى بمجالاته الثلاث ، وكذا أهم المبادئ القانونية والعامة لتحقيق كفاءة السياسة الضريبية وانعكاسات ذلك على الإيرادات العامة ، ويستعرض أيضاً ملامح التطوير التى لحقت بمبدأ توازن الموازنة العامة فى الفكر الحديث .

- فى الفصل الخامس وعنوانه « النقود والبنوك »

يوضح الظروف التى أدت إلى نشأة النقود ، ومراحل تطورها ، كما يوضح أيضاً الفرق بين النقود الائتمانية والنقود الورقية ، ودور البنك المركزى فى إصدارها ، كما يعرض تطور وسائل الدفع الإلكترونية والنقود الرقمية .

وأخيراً فى الفصل السادس وعنوانه « العلاقات الاقتصادية الدولية »

يحدد خصائص التجارة الدولية التى تميزها عن التجارة الداخلية ، خاصة فى ظل التغيرات الاقتصادية المصاحبة لعملية العولمة ، وأثر ذلك على ميزان المدفوعات لكل دولة .

وأخيراً نتمنى عزيزى الطالب أن تستفيد من ما بين يديك لتسهم به فى نهضة وتنمية مجتمعتك

المؤلف والمراجع

ولجنة التعديل

ومركز تطوير المناهج والمواد التعليمية



## الفصل الأول

## الاقتصاد والمشكلة الاقتصادية

## الأهداف

يصبح الطالب في نهاية دراسته لهذا الفصل قادراً على أن :

١. يناقش مبررات دراسة علم الاقتصاد على مستوى الدولة والأفراد.
٢. يحدد الخصائص الأساسية للحاجات الإنسانية .
٣. يضع تعريفاً لمفهوم الموارد الاقتصادية
٤. يفسر اهتمام علم الاقتصاد بدراسة الموارد النادرة دون غيرها من الموارد الأخرى .
٥. يوضح مدى أهمية توافر المعلومات كعنصر مساعد في حل المشكلة الاقتصادية .
٦. يوضح مفهوم المشكلة الاقتصادية في ضوء عنصرى الندرة والاختيار .
٧. يشرح علاقة الاقتصاد بمشكلة الاختيار .
٨. يوضح مدى ارتباط مفهوم الاختيار بمفهوم التضحية ، ومكانة مفهوم التضحية بالنسبة لعلم الاقتصاد .
٩. يحدد مجالات علم الاقتصاد .
١٠. يضع تعريفاً لعلم الاقتصاد .

## • تمهيد

إننا نعيش في عصر تحتل فيه المشكلة الاقتصادية سواء بالنسبة للدول النامية التي تنتمي إليها أو بالنسبة للدول المتقدمة مكان الصدارة في اهتمامات الرأي العام ، وفي مثل هذه الظروف تعتبر المعرفة بأساسيات علم الاقتصاد ضرورة حيوية لكل مواطن ؛ حتى يستطيع أن يتابع الأحداث والتطورات العامة ويشارك فيها مشاركة فعالة .

ورغم أن المشكلة الاقتصادية قديمة قدم العالم ، فإن ظهور علم الاقتصاد هو أمر حديث نسبياً .

والاقتصاد هو فرع من المعرفة العلمية ، التي تبحث بشكل منظم في كيفية مواجهة هذه المشكلة الاقتصادية .

وإذا كان من الطبيعي أن نبدأ دراسة الموضوع ببدايته الطبيعية ألا وهي تعريفه ، فإن ذلك لن يكون متيسراً قبل أن نحيط بطبيعة المشكلة الاقتصادية ذاتها ، ويتطلب هذا أن نتعرض لموضوعي الحاجات والموارد.



## الحاجات

### • التعريف

الحاجة هي شعور بالحرمان يلح على الفرد ، مما يدفعه إلى القيام بما يساعده على القضاء على هذا الشعور ، ومن ثم يؤدي لإشباع حاجاته .

### • أنواع الحاجات

يمكن تقسيم الحاجات حسب أهميتها لحفظ الحياة إلى :

١. حاجات أولية : وهي الحاجات الضرورية لحفظ وجود الإنسان مثل المأكل ، الملبس ، المسكن .
٢. حاجات ثانوية : وهي حاجات نفسية واجتماعية متعلقة بالوسط الحضارى الذى يعيش فيه الإنسان وقد تكون فردية أو جماعية مثل ( الصحة ، التعليم ، الأمن ، العدالة ) .

### • خصائص الحاجات

١. الإشباع، تتسم الحاجات بأنها قابلة للإشباع ، أى أن الإنسان يستطيع إشباع حاجاته بمجرد استخدام الوسائل المناسبة بما يؤدي تدريجيا إلى تناقص الشعور بالحرمان وهذا الأمر يمثل ظاهرة « تناقص المنفعة الحدية وهي تعنى « تناقص الشعور بالحرمان مع زيادة الوحدات المستخدمة من الوسيلة المناسبة لإشباع الحاجات .
- مثال الكوب الأول من الماء يحقق إشباعاً يفوق بكثير الأكواب التالية للصائم والظمآن
٢. الزيادة المستمرة: حاجات الفرد وتكون قابلة للزيادة المستمرة ، حيث إن هناك دائما حاجات جديدة له فكلما نجح فى إشباع عدد معين من الحاجات ظهرت حاجات جديدة .
٣. التنوع : تتطور حاجات الإنسان بصورة مستمرة ويرجع ذلك إلى أن كل مرحلة عمرية لها احتياجاتها ، وكل وسط حضارى له احتياجاته فحاجات الإنسان فى الريف تختلف عنها فى المدينة ، كما أن العادات والتقاليد تلعب دوراً فى تحديد الحاجات .
٤. التجدد : تتجدد وتتعدد حاجات الإنسان دائماً ، فكلما أشبع حاحه معينة تولدت مكانها حاجات أخرى فحاجات الإنسان تتجدد بعد إشباعها .

مثال : الجائع يستطيع أن يشبع حاجته بمجرد تناول الطعام ولكن سرعان ما يشعر بالجوع مرة أخرى .

الحاجات البشرية على النحو المتقدم هى المحرك الأساسى لكل النشاط الاقتصادى فالهدف النهائى للنشاط الاقتصادى هو إشباع الحاجات الإنسانية ، على أن ذلك لا يعنى أن كل الحاجات لها التأثير نفسه على النشاط الاقتصادى ، فليست حاجات كل فرد متساوية فى التأثير على الحياة الاقتصادية .



## الموارد

### • التعريف

الموارد هي كل ما يصلح لإشباع الحاجات البشرية بطريق مباشر أو غير مباشر .

والموارد بهذا الشكل متعددة ومتنوعة فالهواء مورد لأنه يشبع حاجة الفرد إلى التنفس ، والشمس كذلك مورد لأن أشعتها وحرارتها ضرورية للحياة بصفة عامة ، كذلك فإن الأرض الزراعية وما تنبته تعد من الموارد ، لأنها تشبع حاجة الفرد إلى الغذاء وأحيانا إلى الكساء وهكذا تتعدد الموارد ، والآن سنتعرف على أنواع الموارد

### • أنواع الموارد

أولا : يمكن تقسيم الموارد من حيث خصائصها :

أ- من حيث تجددها ،

١ . متجددة : وهي تلك الموارد التي لديها القدرة على التجدد للمحافظة على نوعها ، أي إنها تزيد زيادة طبيعية ، ولكنها تحتاج لتنظيم استخدامها حتى يستمر الانتفاع بها ، فمثلاً الأشجار تنمو وتثمر وتخرج البذور التي تسقط على الأرض فتنبت شجرة من جديد .

٢ . هائية : أي منتهية مثل الموارد الموجودة في باطن الأرض ، فهي موجودة بكميات معينة وأنها تقل مع استمرار السحب منها مثل المعادن والبتروول .

ب - من حيث ندرتها

١ . موارد اقتصادية ويقصد بها تلك الموارد الموجودة بكمية أقل مما يشبع الحاجات ولها وحدها قيمة اقتصادية ، وهي التي يهتم بها علم الاقتصاد .

وهنا يجب الإشارة إلى الندرة النسبية تعنى أن المورد يوجد بكمية أقل مما يشبع كل الحاجات التي تصلح لإشباعها وأن اختلفت من فرد إلى آخر ومن مجتمع إلى آخر ومن فترة إلى أخرى .

٢ . موارد حرة : ويقصد بها تلك الموارد الموجودة بكميات غير محدودة ، أي أنها موجودة بكمية أكبر مما يشبع كل الحاجات التي تصلح لإشباعها .

ثانيا : يمكن تقسيم الموارد من حيث طبيعتها إلى :

أ- موارد طبيعية : ويقصد بها الأشياء والتي ليس للإنسان دخل مباشر فيها ، لأنها من صنع الله وحده ، ويكون لها تأثير مباشر على الثروة القومية ، الغابات ، التضاريس ، المعادن ، البحار ، الأنهار .

ب - موارد بشرية : العنصر البشري : وتتمثل في المجهود البشري « فكري ، يدوي ، خدمي » ، الذي تبذله القوى



البشرية المتاحة في العملية الإنتاجية من جانب الأفراد « المعلم الطبيب الضابط إلخ » .

**ج - موارد مصنعة** : رأس المال : تلك الموارد الناتجة عن تفاعل الإنسان مع الطبيعة ، وتعرف برأس المال المادي مثل الموارد الطبيعية المستخرجة من الأرض بعد معالجتها صناعياً وتحويلها إلى معدات والآلات إنتاجية كالحديد والألمونيوم وكذلك المنتجات الأولية الزراعية التي تدخل في بعض الصناعات « كالقمح والقطن والصوف » .

وبعد أن تعرفت عزيزي الطالب على كل من الحاجات والموارد ، سنتعرف على السلع .  
السلع : هي الوسائل التي تصلح لإشباع الحاجات بطريقة مباشرة أو غير مباشرة وتنقسم إلى:

أ - سلع استهلاكية . ب - سلع إنتاجية .

أ - سلع استهلاكية : وهي تصلح لإشباع الحاجات بطريقة مباشرة

أمثلة الحذاء ، وجبة الغذاء ، إلخ .

ب - سلع إنتاجية : وهي تصلح لإشباع الحاجات بطريقة غير مباشرة ، سواء بالمساعدة في إنتاج السلع التي تصلح لذلك أو بعد إجراء عدة عمليات عليها لكي تصبح صالحة للاستخدام .

أمثلة الجلد المستخدم في تصنيع الحذاء ، الآلات ، المعدات ، إلخ .

ملاحظة هامة تصنف السلع إلى استهلاكية أو إنتاجية بالرجوع إلى طريقة الاستخدام التي خصصت لها ، وليست خصائص السلعة ذاتها .

### • أهمية المعلومات

كما ذكرنا سابقاً تتمثل المشكلة الاقتصادية في وجود حاجات عديدة وموارد محدودة ، كلما زاد حجم المعلومات المتاحة عند اتخاذ القرارات الاقتصادية عن الحاجات القابلة للإشباع والموارد المتاحة ، فترتب على ذلك ما يلي :-

أ - زيادة قدرة النظام الإقتصادي على حل المشكلة الاقتصادية .

ب - الاستخدام الأمثل لكل الموارد والإمكانيات والكفاءات المتاحة وتقليل الهدر إلى صفر .

ج - تتحدد كفاءة النظام بقدرته على توفير أكبر قدر من المعلومات المناسبة عند اتخاذ القرار الإقتصادي .

### • المشكلة الاقتصادية مشكلة عامة ( الندرة والاختيار )

ووجود موارد نادرة أدى إلى ظهور المشكلة الاقتصادية والتي تنتج عن تعدد الأهداف وندرة الموارد ، وهنا تظهر مشكلة الندرة والاختيار أو تكلفة الفرصة الضائعة أي أن اختيار هدف يعنى التضحية بالأهداف الأخرى التي كان يمكن إشباعها بالوسائل نفسها .

مثال قطعة أرض قضاء إذا أقمنا عليها منزل نضحي بإقامة مدرسة أو مصنع .. وهكذا



## • مجالات الاقتصاد

لعلم الاقتصاد أربعة مجالات :

١. الاقتصاد الكلى أو التجميعى : والذى يتناول المستويات العامة للنشاط الاقتصادى .
٢. الاقتصاد الجزئى أو الوحدى : والذى يتناول سلوك الوحدات الاقتصادية كمستهلكين أو منتجين (العرض و الطلب)
٣. اقتصاديات الرفاهية : والذى يتناول تقييم السلوك الاقتصادى فى ضوء تحقيق معايير الكفاءة .
٤. اقتصاديات النمو والتنمية : والذى ينظر إلى المستقبل وما نعهده له من إمكانيات للنمو والتنمية .

## • تعريف علم الاقتصاد

هو علم اجتماعى يدرس المشكلة الاقتصادية المتمثلة فى الندرة النسبية للموارد القابلة لإشباع الحاجات المتعددة للإنسان ، وكيفية استخدام هذه الموارد المحدودة على أفضل نحو مستطاع ، حتى يمكن الوصول إلى أقصى إشباع ممكن لتلك الحاجات .



## أسئلة الفصل الأول

١- أى العبارات الآتية صحيح وأيها غير صحيح مع ذكر السبب فى الحالتين :

- أ. تتناقص المنفعة الحدية تدريجياً مع تناقص الوحدات المستخدمة .
- ب . قد تكون السلعة إنتاجية أو استهلاكية على حسب الغرض المخصص لها .

٢- ما المقصود بالمفاهيم الاقتصادية التالية :

- أ . الحاجات .
- ب . الموارد .
- ج . علم الاقتصاد .

٣- بم تفسر ؟

- أ . الحاجات البشرية هى المحرك الأساسى لكل نشاط اقتصادى .
- ب . الأهمية الاقتصادية للمعلومات .
- ج . المشكلة الاقتصادية مشكلة ندرة واختيار .

٤- تخير الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس :

- أ - يطلق على الموارد النادرة اسم الموارد .....  
« الحرة - الاقتصادية - الاستهلاكية - الإنتاجية »
- ب - يهتم علم الاقتصاد بالموارد الأكثر .....  
« ندرة - أهمية - ضرورة - إشباعا »
- ج - تتمثل المشكلة الاقتصادية فى .....  
« ارتفاع الأسعار - وفرة المعلومات - انخفاض الاسعار - ندرة الموارد بالنسبة للحاجات »
- د - تتمثل خصائص الحاجات فى الآتى عدا .....  
« الإشباع - التنوع - الثبات - التطور »



## عناصر الإنتاج

## الفصل الثاني

## تمهيد

## المقصود بالإنتاج

رأينا فيما سبق كيف أن إشباع الحاجات يقتضى القيام بالإنتاج ، فلكى يقوم الفلاح بإنتاج القمح عليه أن يبذل جهداً فى بذر البذور والقيام بالعمليات الزراعية المختلفة من حرث وري وحصاد ... إلخ ، ولا بد من وجود تربة صالحة للزراعة ، ومن توافر كميات مناسبة من المياه ، وكذلك قد يحتاج الأمر إلى بعض أنواع المخصبات والمبيدات الكيماوية ، وعادة لا يبذل الفلاح جهداً مستقلاً إذ قد يستعين بطاقات الحيوان فى الجر والحرث ، وربما يبيع بعض الطاقات الميكانيكية مثل قوة البترول أو الكهرباء فيما يستخدم من آلات لرفع المياه أو لرش المبيدات .

## الأهداف

يصبح الطالب فى نهاية دراسته لهذا الفصل قادراً على أن :

١. يذكر خصائص العمل كعنصر من عناصر الإنتاج .
٢. يحدد الخصائص المميزة لكل من الطبيعة ورأس المال .
٣. يضع تبريراً لخضوع عنصر الطبيعة لمجموعة من الحقوق ، على الرغم من كونها هبة من الله .
٤. يضع تعريف لرأس المال باعتباره عنصراً من عناصر الإنتاج .
٥. يفرق بين رأس المال الثابت ورأس المال المتداول .
٦. يوضح المقصود باستهلاك رأس المال ويحدد أنواع هذا الإستهلاك .



## • أقسام عناصر الإنتاج

يتم تقسيم عناصر الإنتاج إلى مجموعتين أو ثلاث مجموعات كبيرة ، فهناك الموارد البشرية ، وهناك الموارد الطبيعية ، وهناك الموارد المصنوعة ، وهذا التقسيم يتفق مع التقسيم التقليدى لعناصر الإنتاج إلى العمل ، والأرض ، ورأس المال ، ويفضل بعض الاقتصاديين المحدثين تقسيم عناصر الإنتاج إلى مجموعتين فقط العمل ورأس المال ، لأن الاتجاه المعاصر يرى الطبيعة غير متميزة عن رأس المال .

ويلاحظ أنه لا جدال فى أن العمل هو العنصر الإيجابى فى عملية الإنتاج ، فالإقتصاد شأنه شأن كل العلوم ، لم يقم إلا بالإنسان وللإنسان .

## أولا : العمل

### • ماهية العمل

العمل عنصر من عناصر الإنتاج فهو الجهد الإنسانى المبذول من خلال العملية الإنتاجية بقصد إنتاج السلع والخدمات .

وهنا لا يجب النظر إلى إدارة عنصر العمل كمورد اقتصادى عادى ولكنه عنصر إنسانى ولذلك يجب مراعاة هذا الاعتبار الإنسانى من حيث تنظيم ساعات العمل والإجازات والأجر الذى يحصل عليه العامل لأنه لا يكون فى مقابل جهده فقط وإنما دخل يحدد مستوى معيشته أيضا .

### • خصائص العمل

يتميز العمل كعنصر من عناصر الإنتاج بالآتى .

١ . نشاط وواع وإرادى .

أ - نشاط وواع : الإنسان يعيش فى الطبيعة فهو وحده الذى يعيها ويستوعبها ويحولها ويغيرها ويطورها .

ب - نشاط إرادى : فإنه يفترض أن الإنسان يقوم بالحساب الاقتصادى ويقارن بين العائد الذى يعود عليه من بذل هذا النشاط والتكلفة التى يتحملها .

٢ . العمل مؤلم بطبيعته

يمكن النظر إلى الألم الذى يصاحب العمل باعتباره التكلفة والتضحية التى يتحملها من يقوم بالعمل ، ويكون هذا الألم ناتج عن الإرهاق البدنى أو العصبى ولكن العمل هو مصدر المتعة والسعادة أيضا ، فعندما يرى العامل نجاحه وما ينجزه تتحقق السعادة والرضا .

١ . مجهود غائى

يهدف إلى المشاركة فى إنتاج السلع والخدمات ، وإذا كان الجهد الذى يبذله الإنسان لا يهدف إلى الإنتاج فإنه لا يعتبر عملاً بالمعنى الاقتصادى .



## • أنواع العمل

يختلف العمل المبذول من مهنة إلى أخرى ، ويتم التقسيم طبقاً للصفة الغالبة على نوع العمل فيمكن تقسيمه إلى أعمال يدوية ، عضلية ، تعتمد على الجهد العضلي ، وأعمال ذهنية تستند إلى المعرفة ، وفي الواقع لا يوجد عمل يدوي يعتمد فقط على الجهد العضلي دون استخدام الملكات الذهنية ، وبالمثل لا يوجد عمل ذهني تماماً لا يتطلب أي جهد بدني

## ثانياً : الطبيعة

العنصر الثاني من عناصر الإنتاج ، وهي تعني كل الموارد والقوى التي يجدها الإنسان دون جهد من جانبه وهي هبة من صنع الله كما أنها محدودة الكمية من أمثلتها الأرض ، المناجم ، الغابات ، مساقط المياه ، إلخ

تؤثر الموارد الطبيعية تأثيراً كبيراً في النشاط الاقتصادي ، فوجود مناجم وأراضى وغير ذلك يؤثر على طبيعة النشاط الاقتصادي ، ومن هنا دخل بعد المكان إلى دراسة الاقتصاد ، وهذا لا يعني أن هناك حتمية جغرافية لا مفر منها لأن الإنسان استطاع التغلب على قيود الموقع أو المكان من خلال التجارة الدولية .

## • خصائص الموارد الطبيعية

١. خاضعة للحقوق القانونية : يهتم علم الاقتصاد بالموارد النادرة ، وهذا الأمر يعني اختيار لبعض الأهداف والتضحية بأهداف أخرى كان ممكن تحقيقها باستخدام نفس الوسيلة ، وهذا الأمر يستلزم الاعتراف بوجود سلطة على هذه الموارد تسمح باختيار الهدف الأمثل ، وهذا يتطلب الإقرار بوجود سلطه وهي فكرة الحق .
  ٢. هبة من الله : رغم أن الطبيعة هبة من الله فإنها معطاءة وغير منتجة ، ونادراً ما تستخدم بصورتها الأولية ، بل لا بد من تدخل الإنسان لذلك تكاد تكون مصنوعة .
  ٣. غير قابلة للهلاك : رغم أن الطبيعة غير قابلة للهلاك إلا أن الإنسان أساء استغلالها بشكل جعلها أقل صلاحية لإشباع حاجاته .
- وبذلك نجد أن الصفتان لا تتحققان بشكل كامل ، فالأمر يحتاج لمزيد من التروى .

## • الموارد الحرة والحفاظ على البيئة

يعتبر الهواء ومياه البحر من الموارد الحرة ، أي لا تخضع لأي سيطرة وليس هناك حدود لاستخدامها ، ولكن من زاوية معينة تكاد تكون هذه الموارد نادرة أيضاً ، فإذا نظرنا إلى مدى التلوث الذي يلحق بالهواء ومياه البحر لأدركنا أننا نعبت بموارد متاحة ، ومن هنا فيجب على الحكومات فرض القيود اللازمة للحفاظ على البيئة .

## ثالثاً : رأس المال .

وهو العنصر الثالث من عناصر الإنتاج ، وهو مجموعة غير متجانسة من الآلات والأدوات والأجهزة المصنوعة ، التي تساعد عند استخدامها في عملية الإنتاج على زيادة إنتاجية العمل وخلق مزيد من السلع والخدمات .. فقد اكتشف



الإنسان منذ وقت بعيد جدوى الإنتاج غير المباشر ، بأن يقوم أولاً بصنع بعض الأدوات والآلات التي يستخدمها بعد ذلك في الإنتاج بما يحقق الإنتاج بكفاءة أكبر . وهكذا ظهر رأس المال كعنصر من عناصر الإنتاج في شكل الأدوات والآلات التي يستخدمها الإنسان في الإنتاج .

### • أنواع رأس المال :

يمكن تقسيم رأس المال كعنصر من عناصر الإنتاج إلى : -

١ . رأس المال الثابت وهو الذي يمكن استخدامه مرات عديدة في الإنتاج ، دون أن يفقد خصائصه الأساسية ، ومن أمثلة رأس المال : الآلات وأدوات العمل والتجهيزات الفنية والإنشاءات ، ويطلق عليها أحياناً الأصول الإنتاجية .

٢ . رأس المال المتداول : وهو الذي يستخدم مرة واحدة في عملية الإنتاج يفقد بعدها شكله الأول ويختفى في نهاية الأمر في السلعة المنتجة كجزء منها . ومن أمثلة المواد الأولية والوسيطة والوقود ، ويطلق عليها أحياناً ( رأس المال الجارى ) .

### • خصائص رأس المال :

١ . عنصر صنعه الإنسان : حيث يعتمد تكوين رأس المال على الادخار ( وهو التضحية بجزء من الاستهلاك في الوقت الحاضر ) وتنقسم الدول من حيث قدرتها على الإذخار إلى نوعين متقدمة لديها قدرة كبيرة على الادخار وبالتالي كم كبير من رأس المال وإنتاجية عالية على عكس الدول النامية .

٢ . قابل للهلاك : ومن ثم ينبغي تجديده حيث يتعرض رأس المال الثابت لنوعين من الاستهلاك هما :

أ - الاستهلاك المادي : حيث ان استخدام رأس المال في الإنتاج يؤدي إلى إهلاكه مادياً

مثال : آلات يصعبها التلف والتآكل بمرور الزمن ونتيجة لكثرة الاستخدام .

ب - الاستهلاك الاقتصادي : يرجع إلى ما يحدثه التقدم الفني وتغير الأذواق من فقد رأس المال لقدرته الإنتاجية بكفاءة .

مثال : ظهور آلات وأجهزة جديدة قادرة على الإنتاج بتكاليف أقل ، أو نتيجة لتغير الأذواق وتقلص الطلب على السلعة .

### ملاحظات هامة :

١ - يثير استهلاك رأس المال بنوعية مشاكل محاسبية عديدة ، وينبغي على أى نظام اقتصادى ناجح أن يعتمد على الاحتفاظ بقيمة رأس المال المتاح لديه ، عن طريق تعويض استهلاك رأس المال بنوعية بشكل مستمر .

٢ - تنطوى التنمية الاقتصادية إلى حد بعيد على العمل على زيادة حجم رأس المال المتاح للاقتصاد القومي ، حيث لا تتوقف التنمية الاقتصادية على حجم رأس المال فقط بل تعتمد وبدرجة كبيرة على مدى تطور العنصر البشري .



## اسئلة الفصل الثانى

١- ضع علامة (✓) أو علامة (X) مع ذكر السبب فى الحالتين :

- أ- يعتبر رأس المال مجموعة غير متجانسة من الآلات والأدوات .
- ب- يمثل رأس المال عنصرا قابلا للدوام .
- ج - العمل هو العنصر الإيجابى فى العملية الإنتاجية .
- د - تمثل الطبيعة عنصراً دائماً ولكنها محدود الكمية .

٢- قارن بين :

- أ - خصائص الطبيعة وخصائص رأس المال .
- ب - رأس المال الثابت ورأس المال المتداول .

٣- أكتب المفهوم أو المصطلح الاقتصادى الذى تشير إليه كل عبارة من العبارات التالية :

- أ - مجهود غائى يهدف إلى خلق المنافع بالإسهام فى إنتاج السلع والخدمات .
- ب - كل الموارد والقوى التى يجدها الإنسان دون جهد من جانبه .

٤- ما النتائج المترتبة على ... ؟

- أ - الاستغلال السيئ للطبيعة .
- ب - استهلاك رأس المال الثابت .

٥- ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة من ( أ - ب - ج - د ) لكل مما يلى :

- ( ١ ) أى من العناصر الآتية يمثل عنصر العمل من الناحية الاقتصادية :
- أ - عزف الموسيقى لإشباع هوايته .
- ب - علاج الطبيب لمرضاه .
- ج - قيادة السيارة للتنزه .
- د - قضاء وقت فى لعب الشطرنج .
- ( ٢ ) أى من العناصر الآتية يمثل استهلاكاً اقتصادياً لرأس المال :
- أ - انتهاء العمر الافتراضى لآلة ما .
- ب - الاستفادة من إمكانات الآلة فى زيادة الإنتاج .
- ج - عدم صلاحية الآلة بظهور الآلات الحديثة تكنولوجيا .
- د - زيادة المنفعة الاقتصادية لعناصر الإنتاج .



## الدخل القومي

## الفصل الثالث

## تمهيد :

يهدف النشاط الاقتصادي إلى إشباع حاجات الأفراد غير المحدودة باستخدام الموارد النادرة المتاحة لهم في ظل ما هو متوافر من معرفة ومعلومات ، ويتم ذلك عن طريق النشاط الإنتاجي الذي يؤدي إلى ظهور الإنتاج القومي .

ومع ذلك فإن الفهم الكامل لعمل الاقتصاد القومي يتطلب الإحاطة بعدد من المفاهيم الأساسية إلى جانب الإنتاج القومي وبصفة خاصة مفهوم الناتج القومي ومفهوم الدخل القومي والاستهلاك والادخار والاستثمار والإنفاق القومي .

## الأهداف

يصبح الطالب في نهاية دراسته لهذا الفصل قادراً على أن :

١. يعرف كل من ( الدخل القومي - الدخل القومي النقدي - الدخل القومي الحقيقي - الناتج القومي - الإنفاق القومي - الاستهلاك - الادخار - الاستثمار ) .
٢. يبدي رأيه في العبارة القائلة بأن ( العبرة بالدخل الحقيقي لأن الدخل النقدي يمكن أن يكون مضللاً ) .
٣. يحدد موارد الدخل القومي .
٤. يناقش طرق قياس الدخل القومي .
٥. يحدد مدى صحة العبارة القائلة بأن ( الدخل القومي هو الوجه المقابل للناتج القومي ) .
٦. يبين العلاقة بين الإدخار والاستهلاك .
٧. يحدد المقصود بالعبارة القائلة بأن ( مستوى تقدم الدول يقاس أحياناً بمتوسط الدخل ) .



## • الدخل القومي

يمكن تعريفه بأنه ( مجموع الدخول المكتسبة لجميع أفراد المجتمع ومشروعاته خلال سنة مقابل إسهامهم في العملية الإنتاجية وينقسم ( الدخل القومي ) إلى نوعين هما : -

١. الدخل القومي النقدي : ويقصد به كمية النقود التي يحصل عليها أفراد المجتمع من عوائد عوامل الإنتاج مقابل مشاركتهم في العملية الإنتاجية خلال فترة زمنية معينة وهي غالباً سنة .
  ٢. الدخل القومي الحقيقي : وهو يمثل مقدار ما يحصل عليه أفراد المجتمع من السلع والخدمات في مقابل الدخل النقدي ، وهمزة الوصل بين الدخل النقدي والحقيقي هي الأسعار ، فارتفاع الأسعار يعني انخفاض الدخل الحقيقي والعكس صحيح .
- إذن ما يحسب في الدخل القومي هو الدخول الناتجة عن المساهمة في العملية الإنتاجية ، كما توجد دخول أخرى يحصل عليها الأفراد ولا يترتب عليها المساهمة في العملية الإنتاجية وتسمى المدفوعات التحويلية .
- المدفوعات التحويلية : هي مدفوعات ليست مقابل خدمات إنتاجية تم تأديتها ، وبالتالي لا تدخل ضمن حساب الدخل القومي ، وسميت مدفوعات تحويلية لأن الدولة حصلت منها من الأفراد في صورة ( رسوم - ضرائب - جمارك ) ثم حولتها لهم في صور أخرى مثل ( الإعانات الاجتماعية - إعانة البطالة - الهبات - التبرعات ) .

## • موارد الدخل القومي :

١. الربح : العائد الذي يحصل عليه صاحب الأرض مقابل خدماتها التي تساهم بها في العملية الإنتاجية .
٢. الفائدة : هي كل ما يدفع لصاحب رأس المال مقابل استخدامه أو استعماله ، وهي واجبة الأداء مهما كانت نتيجة هذا الاستغلال أو الاستعمال من ربح يعود على المستغل لـ ( رأس المال ) أو خسارة تلحق به ، مثل ( الفائدة التي نحصل عليها من استثمار الأموال في البنوك . )
٣. الأجر : هو الدخل الذي يحصل عليه العامل مقابل عمل يقوم به أو خدمة يؤديها لصاحب العمل ، أي أنه ما يحصل عليها العامل البشري مقابل مساهمته ومشاركته في العملية الإنتاجية وقد يسمى راتب أو أتعاب أو ماهية .
٤. الربح : المكافأة التي تمنح للعامل مقابل مساهمته ومشاركته في العملية الإنتاجية .

## • طرق قياس الدخل القومي

يمكن قياس الدخل القومي باستخدام ثلاث طرق :

١. طريقة الناتج القومي
  ٢. طريقة الأنصبة الموزعة
  ٣. طريقة الإنفاق القومي
- والآن عزيزي الطالب سنتعرف على كل منهم



## ١. طريقة الناتج القومي

للتعرف على الناتج القومي فلا بد من التعرف على الإنتاج القومي ، فيمكن تعريفه بأنه ( مجموع ما أنتج في الاقتصاد من سلع وخدمات خلال فترة زمنية معينة ، وقد يرتبط الإنتاج بالسلع المادية وغير المادية ) .

**مثال :** أحد المشروعات يقوم بإنتاج الصلب ، ويقوم مشروع آخر بإنتاج السيارات ، فإنه يمكن القول بأن المشروع الأول ينتج ما قيمته كذا من الصلب ، وأن المشروع الثاني ينتج ما قيمته كذا من السيارات . وإذا أردنا معرفة إنتاج المشروعين معا ، فإنه لا يكون حاصل جمع إنتاج المشروعين ، والسبب في ذلك هو أن جزء من الصلب سيحسب مرتين : مرة باعتباره إنتاجا للمشروع الأول ، ومرة باعتباره جزءا من إنتاج المشروع الثاني وهو السيارات ( وهو ما يعرف بالإزدواج المحاسبي )

- ولتجنب خطر الازدواج المحاسبي ، ينبغي أن يقدر الإسهام الإنتاجي للاقتصاد القومي وفقاً لما سمي بالقيمة المضافة أو قيمة الإنتاج المضاف .

- وهنا يظهر مفهوم الناتج القومي ( الذي يعبر عن مجموع الإسهام الإنتاجي للمشروعات في اقتصاد معين خلال فترة معينة ( سنة في العادة )

إذن لقياس الإسهام الإنتاجي لأحد المشروعات في الناتج ، فإنه ينبغي الاقتصار على ما يضيفه هذا المشروع إلى قيمة السلعة التي ينتجها ( أي القيمة المضافة )

## ٢. طريقة الأنصبة الموزعة

تهتم هذه الطريقة بحساب الدخل القومي من حيث توزيعه على عناصر الإنتاج فيتم تقدير الدخل القومي بجمع دخول عناصر الإنتاج المختلفة التي ساهمت في النشاط الإنتاجي ، وتتمثل هذه الدخول في دخول العمل و تعنى الأجور والمرتبات والمكافآت ودخول الملكية تتمثل في الأرباح والفوائد والريع يجب استبعاد :

أ- المتحصلات الأخرى التي لا ترتبط بالإسهام في الإنتاج مثل الإعانات الاجتماعية - إعانات البطالة .

ب- الكسب والخسارة والأسمالية

**مثال :** قد يبيع أحد الأفراد بعض الأصول ( منزل مثلا ) بثمن أعلى مما اشتراه به . وهو ينظر إلى الكسب الرأسمالي كنوع من الدخل ، ولكن هذا الإيراد لم ينتج عنه إسهام في الإنتاج ولذلك لا يدخل في حساب الدخل القومي .

## ٣. طريقة الإنفاق القومي

تعتمد هذه الطريقة على احتساب كافة المبالغ التي تم إنفاقها في المجتمع من قبل الأفراد والمشروعات والهيئات الخاصة والعامة على شراء السلع والخدمات المنتجة في الاقتصاد خلال فترة معينة ( عادة سنة ) .

ويمكن تعريف الإنفاق القومي بأنه ( مجموع ما أنفق خلال فترة معينة على الاستهلاك والاستثمار في الاقتصاد القومي وذلك خلال فترة زمنية معينة .



عزيزى الطالب سنتعرف على كل من الاستهلاك والاستثمار

١. **الاستهلاك** : يعنى الإنفاق على السلع والخدمات بقصد إشباع الحاجات مباشرة ، وقد يكون الاستهلاك خاص أو عام .

أ - الاستهلاك الخاص : يقصد به الإنفاق على السلع والخدمات بقصد إشباع الحاجات الفردية ( شراء المنتجات الغذائية ... )

ب - الاستهلاك العام : يقصد به إنفاق السلطات العامة بقصد إشباع الحاجات الجماعية ( التعليم - الصحة .. الخ )

**ملاحظة هامة** : يواجه الاستهلاك مشكلة قياس الاستهلاك ، لذلك يتم قياس استهلاك السلعة بمجرد شراء الفرد لها .

**مثال** : السيارة هي من السلع المعمرة ومن يشتريها لم يقصد استهلاكها فى الحال ، ولأسباب عملية بحتة ، يعتبر أن السيارة قد تم استهلاكها بمجرد الشراء .

يتضح لنا مما سبق أن الاستهلاك هو الجزء من الدخل القومي ، الذى ينفق للحصول على السلع الاستهلاكية .. وأما ما يتبقى من الدخل القومي يطلق عليه .. الادخار .

والآن .. نتعرف على الادخار

## ٢. الادخار

هو عملية سلبية تمثل جزء من الدخل ، لم ينفق للحصول على السلع الاستهلاكية .

إذن الادخار = الدخل القومي - الاستهلاك .

## ٣. الاستثمار

ويقصد به الإنفاق من أجل الإضافة إلى ثروة البلد الإنتاجية فى الفترات القادمة ، أى الإضافة إلى رصيد المجتمع من الأصول الرأسمالية التى تمكن من زيادة القدرة الإنتاجية مثل ( الآلات - المباني - الخ )

أى أن المجتمع لا يستخدم كامل قدرته الإنتاجية المتاحة لإنتاج سلع وخدمات استهلاكية ، بل يخصص جزء للإضافة لرأس المال الثابت ، والمخزون السلى ورأس المال المتداول بهدف إنتاج السلع أو الخدمات فى المجتمع .

## • مفهوم متوسط الدخل

متوسط الدخل : يقصد به ما حصل عليه كل فرد من الدولة من دخل فى المتوسط خلال عام ما ، ويتم تقديره بالمعادلة التالية

$$\text{متوسط الدخل} = \frac{\text{الدخل القومي للدولة فى العام المذكور}}{\text{عدد سكان هذه الدولة فى ذلك العام}}$$

- إذن كلما زاد مقدار الدخل القومي بالنسبة إلى عدد الأفراد فى الدولة زاد متوسط الدخل .



### أسئلة الفصل الثالث

١ - ضع دائرة حول الحرف الذي يمثل الإجابة الصحيحة فيما يلي :

- أيها أكثر دلالة على مستوى النشاط الاقتصادي ؟

أ - الدخل القومي .

ب - الناتج القومي .

ج - النمو الاقتصادي .

د - الإنتاج القومي .

- يتمثل الفرق بين الإنتاج القومي والناتج القومي في .....

أ - القيمة المضافة .

ب - متوسط دخل الفرد .

ج - قيمة الاستهلاك .

د - قيمة الاستثمار .

- يتضمن الإنفاق القومي في مجموع الإنفاق على ....

أ - الاستهلاك .

ب - الاستثمار .

ج - السلع والخدمات .

د - الاستهلاك والاستثمار .

- يتمثل الفرق بين الدخل النقدي والدخل الحقيقي في التأثير ب .....

أ - متوسط دخل الفرد .

ب - تغير مستوى الأسعار .

ج - المنفق على السلع الاستثمارية

د - المنفق على الاستهلاك .



**٢- أعط مفهومًا اقتصاديًا لكل عبارة من العبارات الآتية :**

- أ - مقدار السلع والخدمات التي يمكن الحصول عليها في السوق مقابل الدخل النقدي .
- ب - الإنفاق على السلع والخدمات بقصد إشباع الحاجات مباشرة .
- ج - الإنفاق من أجل الإضافة إلى ثروة البلاد الإنتاجية .

**٣- قارن بين :**

- أ - الدخل النقدي والدخل الحقيقي .
- ب - الإنتاج القومي والناتج القومي
- ج - دخول الملكية ودخول العمل .



## الفصل الرابع

## المالية العامة ودور الدولة

## الأهداف

يصبح الطالب في نهاية دراسته لهذا الفصل قادراً على أن :

١. يميز بين الحاجات الفردية والحاجات العامة والحاجات الاجتماعية .
٢. يفسر قصور السوق عن توفير الخدمات العامة والاجتماعية .
٣. يشرح المجالات الثلاثة التي توضح دور الدولة في النشاط الاقتصادي .
٤. يحدد مفهوم الخصخصة وصورها .
٥. يحدد مفهوم النفقات العامة .
٦. يوضح مبدأ أولويات النفقات العامة .
٧. يميز بين الضريبة والرسم .
٨. يحدد المبادئ القانونية والعامة لتحقيق كفاءة السياسة الضريبية .
٩. يحدد مفهوم العدالة الضريبية .
١٠. يحدد مفهوم الموازنة العامة .
١١. يميز بين مبدأ سنوية الموازنة العامة من جهة ، ومبدأ وحدتها من جهة أخرى .
١٢. يبين التطور الذي لحق بمبدأ توازن الموازنة العامة في العصر الحديث .

## تمهيد :

تمثل المالية العامة فرع علم الاقتصاد ، الذي يدرس دور الدولة في تقديم الخدمات العامة والاجتماعية ، وكيفية تمويل ذلك عن طريق الإيرادات العامة وخاصة الضرائب ، وهكذا تعبر المالية العامة عن التفسير الاقتصادي لدور الدولة في الحياة العامة ، ونطاق هذا الدور ، والأساليب المستخدمة لتحقيقه .

وتبرز أهمية المالية العامة بوجه خاص في الدول التي تأخذ بنظام الاقتصاد الرأسمالي ( اقتصاد السوق ) : وهو يعنى حرية الملكية الخاصة لوسائل الإنتاج ، ويتحكم في الأسعار العرض والطلب . ففي هذه الأحوال لا يكفى تنظيم السوق لإشباع جميع الحاجات ولا بد من تدخل الدولة لتقديم قدر من الخدمات العامة والاجتماعية التي تعجز السوق عن توفيرها . وبذلك تلج الحاجة لوجود دور للدولة ومجال للمالية العامة إلى جانب السوق .

أما في الدول التي تأخذ بالنظام الاقتصادي الاشتراكي : ويعنى ملكية الدولة للجزء الأكبر من وسائل الإنتاج والثروة في المجتمع ، والدولة هي التي تتحكم في الأسعار بحيث يخفض أو يتضاءل دور السوق ولا يظهر دور الدولة في إشباع الحاجات العامة متميزاً عن دورها بشكل عام في الحياة الاقتصادية .



## • أنواع الحاجات

يمكن تقسيم الحاجات من حيث شيوخ النفع الى،

### ١. حاجات خاصة ( فردية )

- تخضع لمبدأ القصر أو الاستثناء .
- يمكن منع الآخرين من الإستفاده منها .
- مد الخدمة للغير يتطلب أعباء إضافية أو حرمان المستفيد من جزء من الخدمة مثل ( المأكل - الملابس - المأوى )

### ٢. حاجات عامة وتنقسم إلى :

#### أ - عامة مطلقة

- يشيع نفعها على الأفراد بمجرد توافرها .
- لا يمكن منع الآخرين من الإستفادة بها .
- مد الخدمة لا يتطلب أعباء إضافية .
- مثل ( العدالة والأمن )

#### ب - عامة تخضع لمبدأ القصر

- يمكن منع الآخرين من الاستفادة بها .
- مد الخدمة لا يتطلب أعباء إضافية .
- مثل ( مد جسر على نهر لمزرعة خاصة ) .

### ٣. حاجات اجتماعية

- في ظاهرها فردية .
- مد الخدمة يتطلب أعباء إضافية .
- تخضع لمبدأ القصر .
- لها نفع يعود على الآخرين ولا يمكن تجاهل أثره .
- مثل ( التعليم والصحة )



## • قصور السوق عن توفير الخدمات العامة الاجتماعية

يقوم نظام السوق في توفير السلع والخدمات على مبدأ المصلحة الذاتية ولا ينجح في توفير بعض الخدمات العامة كلياً أو جزئياً ، ومن ثم لا بد من توفير هذه الخدمات عن طريق آخر ، وهو طريق الدولة باستخدام أسلوب السلطة أو القهر القانوني

## • قصور نظام السوق عن توفير الخدمات العامة والاجتماعية

### أ - أسباب قصور السوق عن توفير الخدمات العامة

يقصر نظام السوق عن توفير الخدمات العامة للأسباب التالية :

- ١ . لا يوجد بها دافع ذاتي يجعل الأفراد تعلن مسئوليتها عن القيام بها .
- ٢ . طالب الخدمة هو الذي يتحمل تكلفتها .
- ٣ . لا يشاركه أحد في تحمل نفقاتها .
- ٤ . لا يمكنه منع الآخرين من الاستفادة منها متى توفرت .
- ٥ . يمكنه الاستفادة منها بدون أي تكلفة متى توفرت من غيره .

ولذلك فلا بد من تدخل الدولة باستخدام أسلوب السلطة أو القهر من خلال الضرائب وغيرها من الموارد السيادية

### ب - أسباب قصور السوق عن توفير الخدمات الاجتماعية

ملاحظة ( رغم وجود دافع ذاتي بها ، إلا أنه ليس بإمكان كل الأفراد القيام بها )

وهكذا يتضح أن السوق لا يصلح وحده لإشباع الحاجات وأنه حتى في الدول التي تأخذ بنظام السوق .. لا بد من وجود دولة قوية تقدم الخدمات العامة والاجتماعية هو أمر ضروري ولازم للاقتصاد ، وهذا هو مجال المالية العامة .

## • دور الدولة في النشاط الاقتصادي :

إذا كانت فكرة الخدمات العامة والاجتماعية هي الأساس في دور الدولة في المجتمع وبالتالي أساس المالية العامة ، فقد يكون من المناسب مع ذلك تحديد المجالات الاقتصادية الأخرى التي تتدخل فيها الدولة .

ولكن ينبغي أن يكون معلوماً أن التفسير النهائي لكافة أشكال تدخل الدولة يظل هو فكرة المصلحة العامة بالمعنى الواسع .

## • وتتناول هنا أهم هذه المجالات :

### ١ . إشباع الحاجات العامة والاجتماعية :

أشرنا إلى دور الدولة في إشباع الحاجات العامة والاجتماعية ، وعادة تقوم الدولة بتوفير الخدمات العامة ، كما تتدخل للتأكد من إشباع الحاجات الاجتماعية ، وليس من الضروري أن يكون تدخل الدولة في إشباع الحاجات الاجتماعية



عن طريق استبعاد السوق كلية والحلول محلها ، بل قد ترى الدولة أن تستمر في الاعتماد على السوق مع توفير بعض الترتيبات الخاصة المكمل لها ، ولذلك .. فإن تدخل الدولة يأخذ أشكالا مختلفة . فهي قد تنشئ المستشفيات ودور العلاج الحكومية إلى جانب المستشفيات ودور العلاج الخاصة لتطوير الخدمات الصحية . وهي قد تضع أنواعا من التأمين الصحي أو تقدم إعانات للفقراء والمحتاجين من المرضى .

## ٢ . تحقيق الاستقرار والنمو الاقتصادي :

كان الرأي السائد حتى بداية هذا القرن أن النشاط الاقتصادي هو مسئولية الأفراد ، وأن دور الدولة يقتصر على توفير الظروف والأوضاع القانونية والمادية المناسبة لكي يقوم الأفراد بنشاطهم الاقتصادي في حرية كاملة . ومع ذلك فإنه نتيجة لما نشأ من تقلبات اقتصادية شديدة أدت إلى مشكلات عديدة مثل البطالة ( تعنى عدم وجود فرص عمل لمن يرغب في العمل وقادر عليه وفي سن العمل ) ، ومشكلة التضخم ( وهي تعنى ارتفاع ملموس ومستمر عبر الزمن في الأسعار أى ناتج عن زيادة الطلب عن العرض ) .. قد استقر الرأي على أن مسئولية الدولة تتضمن التدخل لتحقيق مستوى معقول من النشاط الاقتصادي وتوفير قدر من الاستقرار في مستويات الأسعار ، بحيث أصبحت الدولة تتدخل في النشاط الاقتصادي لتحقيق معدلات من النمو أو توفير الظروف المناسبة للتنمية الاقتصادية . ويتطلب هذا التدخل من الدولة التأثير في ظروف الاستثمار وفي شروط الائتمان وتوفير العمل واستقرار العملة الوطنية في مواجهة أسعار العملات الأخرى ، وغير ذلك من مظاهر السياسات الاقتصادية .

## ٣ . تحقيق عدالة التوزيع :

لا يقتصر دور الدولة على توفير السلع والخدمات العامة والاجتماعية في ظروف مناسبة وتحقيق الاستقرار والنمو الاقتصادي ، بل ! الدولة تتدخل أيضا لتحقيق المزيد من العدالة في توزيع الدخل القومي بين الافراد .

ويتحقق ذلك عن طريق التأثير في توزيع المزايا والأعباء على المواطنين بشكل يساعد على تقريب الفوارق بين الطبقات ويزيل الإحساس بالظلم بين الأفراد . وبطبيعة الحال .. فإن العدالة في التوزيع تراعى في الوقت نفسه اختلاف الإسهام في الإنتاج ودفع عملية النمو . فليس من يعمل كمن لا يعمل .. فالعدالة في التوزيع تقتضى توفير الفرص المتساوية لجميع المواطنين دون تمييز ، وبحيث لا يضار احد في قدرته على التقدم والنجاح بسبب راجع إلى الإرث أو النسب أو اللون أو الدين أو غير ذلك من الأسباب ، التي لا تؤدي إلى الإسهام في دفع حركة المجتمع إلى الأمام .

## • الخصخصة :

يقوم النظام الإقتصادي الرأسمالي السائد عالميا الآن على عدة دعائم رئيسه ، أهمها مايلي :

### أولا : بالنسبة للملكية وسائل الإنتاج في المجتمع :

تسود الملكية الخاصة لهذه الوسائل بمعنى أنها تكون غالبيتها مملوكة خاصة لأفراد أو لجماعات ، الأمر الذي يعنى في المقابل الحد من ملكية الدولة لوسائل الإنتاج الى حد ممكن للإعتقاد بأن الأفراد ( القطاع الخاص ) هم أكثر كفاءة من الدولة ومؤسساتها العامة في القدرة على التشغيل الأمثل لموارد المجتمع المحدودة الأمر الذي يحقق في النهاية صالح المجتمع ككل .



## ثانياً : بالنسبة للهدف المباشر من القيام بعملية الإنتاج (أو الاستهلاك)

يعتبر تعظيم العائد الشخصى هو الهدف المباشر الذى يبتغيه كل فرد (أو جماعه من الأفراد) من قيامه بنشاطه الإنتاجى (سواء كان إنتاجاً سلعياً أو خدمياً) أو استهلاكياً . فالمبادره الفردية والحافز الفردى يعتبران بمثابة المحرك الرئيسى لكل النشاط الاقتصادى بشرط ضمان وجود المنافسة الحرة .

## ثالثاً : بالنسبة لكيفية إتخاذ القرارات

تعتبر آلية قوى السوق (أو آلية الأثمان) هى الآلية الرئيسيه التى يعتمد عليها المنتجون والمستهلكون فى إتخاذ قراراتهم ، بهدف تعظيم عائدهم الشخصى .. بمعنى آخر يتوقف إتخاذ قرارات الإنتاج والاستهلاك على الأثمان السائدة (أو المتوقعة) والتى تحدد وفقاً للتفاعل الحر القوى (العرض) ويمكن تعريفه (الكمية التى يرغب ويتمكن المنتجون من بيعها من السلعة عند الأسعار المختلفه لها خلال فترة زمنيه معينه) و(الطلب) ويمكن تعريفه (الكمية التى يرغب ويتمكن الأفراد من شرائها من السلعة عند الأسعار المختلفه لها وخلال فترة زمنيه معينه) وذلك فى سوق تسوده المنافسة. وفى هذا الإطار برز مصطلح (الخصخصة) ليعكس جانباً من هذه التغيرات. فالخصخصة تعنى إعادة توزيع الأدوار بين الدولة والقطاع الخاص فى ملكيه وإداره وسائل الإنتاج فى المجتمع. وبناء عليه تأخذ الخصخصة صوراً متعددة أهمها ما يلى :

أ - **خصخصة الملكيه** : من خلال تحويل جزء من وسائل الإنتاج المملوكة للدولة (المشروعات المملوكة للقطاع العام) الى ملكية القطاع الخاص (أفراد أو جماعات).

ب - **خصخصة الإدارة من خلال** :

١. احتفاظ الدول بالملكيه مع التوسع فى التعاقد مع القطاع الخاص للقيام بمهام الإدارة بالكامل ، أو التوسع فى تاجير الوحدات للقطاع الخاص ، أو التوسع فى إبرام عقود التوريد المختلفه وعقود اداء الخدمات مع القطاع الخاص .

٢. احتفاظ الدولة بالملكيه والإداره مع إجراء تغير جذرى فى أسلوب الإدارة على نحو مماثل لاسلوب الإدارة فى القطاع الخاص (أساليب التعيين وإنهاء الخدمة. أساليب الثواب والعقاب . إمكانية إنهاء الخدمة.. الخ)

ج - **السماح للقطاع الخاص بإنشاء وتملك وإدارة مشروعات** :

وهى المشروعات التى كانت تقليدياً مملوكة للدولة ، مثل إنشاء وإدارة الطرق ، ومحطات توليد الكهرباء ، ومحطات مياه الشرب والصرف الصحى والسجون.. الخ.

والواقع ان الخصخصة لاتعنى (كما يعتقد البعض) تراجع دور الدولة فى إدارة شئون المجتمع، وإنما تعنى (على العكس) إعادة هيكلة هذا الدور ، بحيث تتحول الدولة عن القيام بدور مباشر فى عملية الإنتاج والتوزيع ، تاركة المهمة للقطاع الخاص ، على أن تفرغ الدولة لوضع السياسات اللازمه لتهيئه المناخ الملائم لقيام القطاع الخاص بهذا الدور وتفعيله ورقابته .



## • المالية العامة والديمقراطية السياسية :

عندما نتحدث عن دور الدولة في النشاط الاقتصادي كما تحدده قواعد المالية العامة : فينبغي أن نتذكر أمرين على قدر كبير من الأهمية :

الأمر الأول : فهو أن تدخل الدولة في الحياة الاقتصادية بأساليب المالية العامة يتم عن طريق استخدام السلطة أو القهر القانوني، فإشباع الحاجات العامة والاجتماعية لا يتم عن طريق الرضاء الطوعي للأفراد، كما يعبر عنه سلوكهم في السوق، وإنما يتم عن طريق الخضوع لقرارات وأوامر السلطة العامة. الأمر الثاني الدولة ليست كياناً متميزاً من أنواع خاصة من البشر، وإنما الدولة هي مجموعة من الأجهزة والمؤسسات التي تجمع أفراد عاديين. ومن الممكن إذا لم تتوافر ضوابط مناسبة أن تتحول تلك السلطة في أيدي هذه الأجهزة والمؤسسات إلى وسيلة لخدمة مصالحهم الخاصة والمباشرة باسم المصلحة العامة . وهنا لابد من توافر الديمقراطية بحيث لا تستخدم هذه السلطة إلا فيما يعود بالخير على المواطنين. ولذلك.. لم يكن غريباً أن يكون تطور الديمقراطية السياسية في العالم مرتبطاً بموضوع الضرائب، التي تفرضها الحكومات لتمويل سياستها التدخلية في حياة المجتمع. وقد بدأت المطالبة بالمشاركة الشعبية في الحياة السياسية نتيجة لإصرار الشعوب على ألا تفرض عليها ضرائب دون موافقة ممثلي الشعب على هذا الفرض. ولذلك تقرر معظم دساتير العالم أن الضرائب لا تفرض ولا تعدل إلا بقانون يوافق عليه ممثلو الشعب .

ولا ينبغي أن تقتصر موافقة الشعب على ما يفرض على المواطنين من أعباء، وإنما يجب أن تمتد أيضاً إلى اختيار الوجوه التي تتفق عليها هذه الضرائب، حتى لا تهدر أموالهم في استخدامات لا طائل من ورائها. بذلك ترتبط الديمقراطية بكل من الإيرادات العامة والنفقات العامة .

## • عناصر المالية العامة :

وهي تتمثل في النفقات العامة، الإيرادات العامة، الموزانه العامة

### النفقات العامة :

يقصد بالنفقات العامة : المبالغ النقدية التي تنفقها الدولة بما في ذلك الهيئات والمؤسسات العامة بقصد إشباع الحاجات العامة والاجتماعية تحقيقاً لدورها في المجتمع . ويتميز التأكيد هنا على أن هدف النفقات العامة هو تحقيق نفع في إشباع حاجة عامه أو اجتماعية، وبالتالي فإنه لا يجوز أن تنفق الدولة مبالغ لتحقيق منافع خاصة لبعض الأفراد أو الفئات بالنظر لما يتمتعون به من نفوذ سياسي أو غيره. وإذا كان تدخل الدولة في المجالات المختلفة ظاهرة عامة في جميع الدول - فإن حجم هذا التدخل يختلف من دولة إلى أخرى، وفي الدولة نفسها من فترة إلى أخرى. ومع ذلك فقد كان هناك اتجاه عام لاستمرار تزايد النفقات العامة، حتى اعتقد البعض أن هناك مبدأ قانونياً اقتصادياً يشير إلى ضرورة استمرار تزايد النفقات العامة (مبدأ تزايد النفقات العامة). وقد ساعد على الاعتقاد بهذا المبدأ ما عرفه العالم بوجه عام من تزايد مستمر في حجم النفقات العامة للحكومات وكذلك نسبتها إلى الدخل القومي نتيجة للتوسع المستمر في مجالات نشاطها - ومع ذلك فقد بدأت تظهر في السنوات الأخيرة دعوة في عدد من الدول إلى خفض النفقات بالرغبة في تخفيف أضرار البيروقراطية. ومظاهر عدم الكفاءة في الأجهزة الحكومية.



ومن المبادئ الأساسية للمالية العامة ان تحدد السلطات العامة فى البداية حجم الانفاق الذى ترغب فى القيام به. تحقيقاً لدورها فى حياة المجتمع وعلى ضوء هذه النفقات يتحدد حجم الإيرادات العامة ، التى ينبغى ان تحصل عليها السلطات العامة وهذا ما يعرف بمبدأ أولوية النفقات العامة. وقد يقوم بالنفقات العامة الحكومة المركزية او الهيئات المحلية كالمحافظات ومجالس المدن والقرى.. وأحياناً يطلق على الأولى النفقات الحكومية او المركزية وعلى الثانية النفقات المحلية.

### الإيرادات العامة :

تلجأ الدولة فى سبيل تغطيه نفقاتها إلى الحصول على مبالغ أو إيرادات من مصادر متعددة.

#### مصادر الإيرادات

١. عوائد الدولة من ممتلكاتها.
٢. الاقتراض العام ( الدين العام ) : وهذا المظهر اختياري فى ظاهره ، الا أنه يخفى عنصر من عناصر الإكراه حيث يسد فى الغالب من عائد الضرائب التى تقرض فى المستقبل فهو نوع من الضرائب المؤجله.
٣. الرسوم : مبالغ تقرض مقابل خدمة تؤدي إلى الفرد ولا تتناسب قيمتها مع تكلفه الخدمة ، فقد تكون الرسوم اقل اى ان الدولة تحملت جزء منها مساهمه منها مع الافراد ، وقد تكون او تكون اكبر من امثلة ذلك الخدمات التعليميه ، الحصول على جواز سفر استخراج رخصه قيادة
٤. الضرائب :
- الضريبة هى ( اقتطاع مالى من دخول و ثروات الأشخاص الاقتصادية - طبيعیه ومعنويه - تحصل عليها الدولة جبراً منهم بمقتضى ما لديها من سلطة سياديه وقانونية دون مقابل لدفعها .
- ( وذلك لتمكين الدولة من تحقيق اغراض السياسه الماليه )
- وتعتبر الضرائب اهم صور الإيرادات السيادية للدولة .
- من اهم المبادئ القانونية للضرائب ما يلى :
- لا تفرض ضريبه الا بمقتضى قانون عام ، ولا يعفى منها أحد الا بقانون .
- المساواة بين الممولين فى المعامله امام الضرائب .
- الضريبه اسهام من الافراد فى تحمل النفقات العامة وليست عقوبة عليهم ، وبالتالي تختلف الضريبه اختلافا تاماعما يحدث أحياناً من مصادره الاموال .
- وبالاضافه الى ضرورة مراعاة هذه الاعتبارات القانونية لتحقيق حماية حقوق الأفراد ، فان كفاءة السياسه الضريبية تتطلب ان تراعى ايضا عدة مبادئ اهمها :

أ- مبدأ العدالة والمساواة : وهو يعنى أن يتم توزيع اعباء الضرائب على الافراد مع مراعاة ظروفها النسبيه من حيث



قدرتهم على الدفع من جهة ومعاملة المكلفين ذو الظروف المتماثلة بنفس المعاملة.

وإذا كانت عدالة الضرائب من أهم مظاهر النظام الضريبي الناجح، فقد تطورت فكرة العدالة الضريبية حيث كان الرأي السائد قديماً يرى أن تربط الضريبة بشكل ما بالمنفعة التي يحققها الفرد لذاته من نشاط الدولة، وبناءً على ذلك كان الغنى يدفع ضريبة أعلى من الفقير لأنه كان يحقق نفعاً أكبر من خدمات الدولة بما له من أموال ولكن الرأي المستقر حالياً هو أن العدالة في توزيع الضرائب لا ترتبط بفكرة المنفعة وإنما بالقدرة على الدفع.

وعادة ما تقاس القدرة على الدفع بما يحققه الممول من دخل سنوي، وتتجه معظم الدول حالياً إلى ربط الضرائب بالدخل.

ب- مبدأ الكفاية: ومقتضى ذلك أن توفر الضرائب حصيلة كافية لمواجهة النفقات العامة.

ج- مبدأ الملاءمة: بمعنى أن يتم تحصيلها بالأسلوب وفي المواعيد المناسبة للممولين، (أي دافعي الضرائب) دون إرهاب من ناحية أو تهاون وتيسير للتهرب من ناحية أخرى.

د- مبدأ اليقين: بمعنى أن تحدد القواعد الخاصة بفرض الضريبة وحسابها وتحصيلها بشكل واضح وسهل ودقيق.

### أهم تقسيمات الضرائب :

يمكن تقسيم الضرائب إلى أنواع مختلفة حسب أساس التقسيم :

أ - من حيث وعاء الضريبة ضرائب على الأشخاص وضرائب على الأموال. وأهم صور الضرائب على الأشخاص ما يسمى بضريبة الرؤوس، وهو شكل من الضرائب كان معروفاً في الماضي، أما في العصر الحديث، فإن الضرائب تفرض على الأموال سواء كانت دخلاً نقدياً أو كانت منقولاً أو عقاراً.

ب - من حيث أسعارها إلى ضرائب نسبية وضرائب تصاعديه فالضريبة النسبية، يتحدد سعرها بنسبة معينة من الوعاء الخاضع للضريبة دون تغيير في هذه النسبة مهما زاد أو قل هذا الوعاء. أما الضريبة التصاعدية .. فإنها تفرض بنسب متصاعدة مع زيادة قيمة الوعاء الخاضع للضريبة، وفي هذه الحالة .. فإن الضريبة تفرض بشرائح بحث يزيد سعر الضريبة مع الارتفاع من شريحة إلى شريحة أعلى في الوعاء الخاضع للضريبة .

• تقسم الضرائب إلى الضرائب المباشرة وهي تفرض على الدخل (أو الثروة) بمناسبة الحصول عليه ومن أمثلتها في مصر الضريبة الموحدة على دخل الأشخاص الطبيعيين والضريبة على أرباح شركات الأموال (مثل الشركات المساهمة) وفقاً للقانون الجديد للضرائب رقم ٩١ لسنة ٢٠٠٥

أما الضرائب الغير مباشرة فتفرض على الدخل عند انفاقة أهمها الآن على الإطلاق الضريبة العامة على المبيعات وفقاً للقانون رقم ١١ لسنة ١٩٩١ والقانون رقم ١٧ لسنة ٢٠١١، يليها في الأهمية الضريبة الجمركية التي تتناقض أهميتها تدريجياً بسبب الانخفاض المستمر في التعريفات الجمركية تنفيذاً للالتزامات مصر، ووفقاً لاتفاقيات منظمة التجارة العالمية.



## الموازنة العامة

## تعريف الموازنة العامة

الموازنة العامة (هى الوثيقة القانونية والمحاسبية التى تبين النفقات العامة، التى ستقوم بها الدولة والموارد المالية التى ينتظر أن تحققها لفترة قادمة ،غالباً بسنة مالية.

وفى ضوء ما اشرنا اليه من ارتباط المالية العامة بالديمقراطية .. فانه لابد من وأن تعرض الموازنة العامة على ممثلى الشعب وأن تصدر بقانون .ولذلك فإن الموازنه وإن كان مضمونها برنامج مالى لنشاط الدولة .. فهى من الناحية الشكلية قانون يصدر من السلطة التشريعية . وتتضمن الموازنة العامة كما راينا أمرين، هما: النفقات العامة والإيرادات العامة للسنة المالية القادمة.

وفيما يتعلق بالنفقات العامة.. فان الموازنه تتضمن تصريحاً للدولة بالقيام بهذه النفقات . اما بالنسبة للإيرادات العامة فانها تشير الى توقعات الدولة لما يمكنها تحصيله من إيرادات .ولذلك .. فان ارقام الموازنه عن الإيرادات العامة لاتعدو أن تكون مجرد توقعات،ومن هنا فإن اكتمال الرقابة الشعبيه على الموازنة العامة يتطلب أن تعرض الحسابات الختامية للدولة على السلطة التشريعية إلى جانب هذه الموازنة ويمثل الحساب الختامى للدولة الانفاق الفعلى والإيرادات التى حصلت فى سنة مالية سابقة وفى الحقيقة فان رقابة السلطة التشريعية لنشاط الدولة المالى إنما تتحقق بدرجة اكبر بعرض الحسابات الختامية على مجلس الشعب لاعتمادها ،ويقوم الجهاز المركزى للمحاسبات باعداد تقارير الحسابات الختامية.

## مبادئ الموازنة العامة :

هذه المبادئ تمثل اتجاهات عامة..وفى كثير من الأحوال،يتم الخروج عليها بالنظر إلى تغيير الظروف وسنعرض أهم هذه المبادئ:

## أ- مبدأ سنوية الموازنة :

توضع الموازنه العامة لسنة مالية قادمة لا أكثر،ويسمح ذلك بسهولة التنبؤ بالنفقات العامة والإيرادات العامة من ناحية ، ويوفر للمجالس الشعبية الفرصة للرقابة المستمرة. على ان ذلك لا يمنع من أن تأخذ بعض الدول إلى جانب الموازنة السنوية بنوع من البرامج لعدة سنوات وتعد الموازنة فى اطارها . ويمكن النظر إلى الخطة الخمسية باعتبارها نوعاً من هذه البرامج الأطول أمداً، وتبدأ السنة المالية فى مصر فى اول يوليو من كل عام.

## ب- مبدأ وحدة الموازنة :

تدرج جميع نفقات وإيرادات الدولة فى وثيقة واحدة هى الموازنه العامة للدولة ، مما يعطى صورة متكاملة عن نشاط الدولة.

## ج- مبدأ عمومية الموازنة:

تظهر الموازنة جميع النفقات والإيرادات بشكل مفصل دون اجراء أية مقاصة بين إيرادات أى مرفق ونفقاته.



## د- مبدأ توازن الموازنه

الأصل أن تكفى الإيرادات العامة لتغطية النفقات العامة وبالتالي تتوازن الموازنة العامة. ومن هنا جاءت التسمية (الموازنة). ومع ذلك فإن الفكر الاقتصادي قد عرف بعض التطور، عندما ألحقت بالحكومة مسئولية تنشيط الاقتصاد القومى، ولو يتحمل بعض العجز فى الموازنة. ومنذ نهاية الحرب العالمية الثانية، بدأت الدول تسرف فى النفقات مما أدى إلى تفاقم عجز الموازنات، وقد أدى هذا التهاون فى تحقيق التوازن والإسراف فى عجز الموازنات إلى تزايد الاعتماد على التوسع فى إصدار النقود وما ترتب عليه من ارتفاع معدلات التضخم، وقد انعكس ذلك فى عدم استقرار مستويات المعيشة، وظهور اختلالات فى العلاقات الخارجية للدول. ولذلك فقد بدأ اتجاه عكسى للمطالبة بالعودة بشكل أكبر إلى احترام مبدأ توازن الموازنة بالعمل على تخفيض العجز فيها حتى يتلاشى كلية إن أمكن.



## اسئلة الفصل الرابع

١- ضع دائرة حول الحرف الذى يمثل الاجابة الصحيحة فى كل مما يأتى:

- يتمثل الفرق بين الحاجات الفردية والحاجات العامة فى .....

أ- حجم التكلفة.

ب- مبدأ القصر والاستثناء.

ج- درجة الاشباع.

د- حجم المنفعة.

- تتشابه الحاجات الاجتماعيه والحاجات العامة فى كونها تتحقق من خلال .....

أ- المصلحة الفردية والاختيار.

ب- عدالة التوزيع.

ج- استخدام سلطة الدولة.

د- مجموع الانشطة الفردية.

- كل عبارة ممايلى تعبر عن دور الدولة فى النشاط الاقتصادى عدا .....

أ- اشباع الحاجات العامة.

ب- تحقيق الاستقرار والنمو.

ج- تحقيق مبدأ المصلحة الذاتية للمستهلك والمنتج.

د- تحقيق عدالة التوزيع.

- كل عبارة ممايلى تمثل مبادئ الموازنة العامة عدا .....

أ- ذاتية الإيرادات العامة.

ب- توازن الموازنه.

ج- عموميه الموازنة.

د- وحدة الموازنة.



- يقصد بمفهوم الخصخصة.....

أ- إعادة توزيع الادوار بين الدولة والقطاع الخاص فى ملكيه إدارة وسائل الإنتاج.

ب- سيطرة الدولة على الأنشطة الخاصة بقطاع الإنتاج.

ج- تعظيم العائد من الأنشطة الاقتصادية لصالح الأموال المخصصة للخدمات العامة.

د- قيام القطاع الخاص بالمشاركة فى تحمل بعض نفقات الخدمات الاجتماعية.

**٢- يعتمد السوق فى توفيره للسلع والخدمات على حافز المصلحة الذاتية وبالتالي تفاعل قوى الطلب والعرض .**

فى ضوء هذه العبارة حدد صواب أو خطأ العبارات التالية :

أ- يصلح مبدأ المصلحة الذاتية أو الاختيار فى توفير الخدمات العامة.

ب- قد لا يستطيع السوق توفير الخدمات الاجتماعية بالحجم المناسب.

ج- ينبغى استخدام سلطة الدولة أو القهر القانونى فى توفير الخدمات العامة.

د- تعتبر الضرائب نوعاً من القهر القانونى الذى يمكن الاستغناء عنه.

هـ - تعد فكرة الخدمات العامة والاجتماعية اساساً للمالية العامة.

**٣- تعد الضرائب من اهم مصادر الإيرادات العامة فضلاً عن أنها ابرز مظاهر سيادة الدولة فى ضوء العبارة السابقة حدد صواب او خطأ العبارات التالية.**

أ. ينبغى ان يوجد تناسب بين الرسوم والخدمات المقدمة.

ب. تفرض الرسوم على الأفراد مقابل خدمة معينة.

ج. العدالة فى توزيع الضرائب ترتبط بفكره المنفعة.

د. الرسوم التى يدفعها الأفراد نوع من الضرائب المباشرة.

هـ. ترتبط فكرة الضرائب وتوزيعها بالقدرة على الدفع.

**٤- اتخذت عملية الخصخصة عديداً من الصور، والآتى يمثل صور الخصخصة بالمجتمع المصرى.**

المطلوب وضع علامة (✓) أمام ما يمثل عملية الخصخصة وعلامة (X) فيما يمثل غير ذلك:

أ. تحرير التجارة الخارجية.

ب. خفض الرسوم الجمركية على عديد من السلع المستوردة.



ج. طرح نصيب الحكومة من اسهم بعض الشركات المملوكة للدولة للبيع.

د. انتقال بعض او كل حقوق الإدارة في المؤسسات العامة للقطاع الخاص.

هـ . تشجيع الشباب على القيام ببعض المشروعات الخاصة.

و. توزيع الاراضى المستصلحة والمملوكة للدولة على بعض الشباب.

ز. الغاء نظام التسليم الإجبارى لبعض المحاصيل.

ح. السماح للقطاع الخاص بإنشاء إدارة الطرق العامة ومحطات توليد الكهرباء.

**هـ - أكتب مقالاً في موضوع نقل ملكية بعض المشروعات الزراعية أو الصناعية أو الخدمية العامة إلى القطاع الخاص ، موضحاً رأيك في هذا الموضوع ، مع مراعاة مايلي.**

أ. الآثار المترتبة على ذلك.

ب. مناقشة الآراء المعارضة والمؤيدة لذلك ورأيك الشخصى ، تجاه تلك الآراء. وسوف يتم تقييم مقالك في ضوء

اتساق أجزائه وكفاية المعلومات الواردة فيه، وليس وفقاً لرأيك الشخصى أياً كان.



## النقود والبنوك

## الفصل الخامس

## تمهيد :

ربما كان اكتشاف الإنسان للنقود ، كما هو الحال بالنسبة لاكتشاف النار أو الكتابة . من اهم الخطوات الأساسية في تطور الحضارة الإنسانية. وقد ساعد هذا الاكتشاف في ترشيد الانسان لسلوكه الاقتصادي إلى حد كبير مما كان له اكبر الأثر على التقدم الاقتصادي بصفة عامة.

## الاهداف

يصبح الطالب في نهاية دراسته لهذا الفصل قادراً على أن :

١. يفسر ارتباط ظهور النقود بوجود عيوب لنظام المقايضة.
٢. يوضح كيفية نشأة النقود
٣. يذكر مراحل تطور النقود
٤. يحدد وظائف النقود
٥. يحدد أنواع المدفوعات الإلكترونية.
٦. يوضح الوظيفة التي أهلت النفود لتصبح القنطرة أو الرابطة التي تصل بين الحاضر والمستقبل
٧. يناقش صحة الرأي القائل بأن(أى شئ يتمتع بالقبول العام من جانب أفراد المجتمع يمكن أن يكون نقوداً)
٨. يشرح العبارة القائلة بأن البنوك هي مؤسسات مالية وسيطة)
٩. يحدد انواع البنوك مع التمييز بين طبيعة نشاط كل نوع منها.
١٠. يحدد نشأة وتطور النقود الورقية ودور البنك المركزي في إصدارها.
١١. يستنتج دور البنوك في إصدار النقود بأنواعها
١٢. يوضح دور المؤسسات المالية الوسيطة غير البنوك في تجميع المدخرات وزيادة فرص الاستثمار.



## • المقايضة :

كان التبادل يقوم في اول الأمر عن طريق النظام الطبيعي والتلقائي وهو المقايضة ، والمقصود بالمقايضة : هو : مبادلة شئ في مقابل شئ آخر فمن يحوز شيئاً لا يحتاج اليه أو حاجته اليه قليلة ويريد شيئاً يحوزه شخصاً آخر فإنه يستطيع أن يتفق مع هذا الشخص الآخر لإجراء المبادلة بين الشئين إذا تصادف وكان هذا الشخص الآخر يرغب في ذلك .

لكن بساطة المقايضة هي نفسها التي تجعل هذا الأسلوب غير صالح حين تتعدد السلع وتتعدد حاجات الأفراد وتتنوع اذواقهم وتتطور المجتمعات . لذلك لم تلبث أن ظهرت مثالب المقايضة والتي تتمثل في الآتي :

أ. تفترض المقايضة توافقاً متزامناً في رغبات المتعاملين في الوقت نفسه ، فينبغي أن يرغب كل من الطرفين في الحصول على السلعة التي في يد الطرف الآخر . في المقابل التنازل عن السلعة التي في يده ، وينبغي ، أن يتحقق ذلك في الوقت نفسه وبالمقدار نفسه ، ويطلق على هذا التوافق المتوازن والمزدوج في الرغبات .

ب. لا تقدم المقايضة وسيلة صالحة لتقييم السلع ، فأي كمية من السلعة ( أ ) يمكن مقايضتها مقابل السلعة ( ب ) . وتظهر هذه الصعوبة عندما تتعدد السلع . ومن جانب آخر فإن بعض السلع تكون غير قابلة للتجربة أو التقسيم كالحيوانات ، وبذلك لا يساعد نظام المقايضة على إيجاد نظام واضح للمقارنة بين قيم السلع .

ج. تعجز المقايضة عن تقديم وسيلة صالحة لاختران القيم ، فإذا زاد انتاج الفرد عن حاجاته اليومية . فإنه سوف يضطر إلى اختزان ثروته في شكل سلع . وقد تكون مما ينالها التلف أو العطب قد يضطر إلى ان يتبع سلوكاً غير رشيد ، إما بالإسراع في استهلاكها دون حاجة حقيقية أو التنازل عنها دون مقابل مناسب .

## • ظهور النقود

ظهور النقود نشأ عن طريق انقسام عملية المقايضة إلى جزئين هما ( البيع والشراء ) والبيع هو التنازل عن السلعة التي لا يحتاجها الفرد في مقابل النقود ثم ثانياً يستخدم الفرد النقود للحصول على السلع الأخرى التي يحتاجها وهذه هي عملية الشراء .

## • تطور النقود

لم تظهر النقود بخصائصها الحالية مرة واحدة ، بل خضعت لتطور طويل ، ومن أجل التخلص من عيوب المقايضة ، فمرت النقود بالمراحل التالية :

١ . **النقود السلعية** : هي سلعة ذات قبول عام تم استخدامها كمقياس للقيمة ووسيط في التبادل ، فاكتملت لها الوظائف الأساسية ، إلا أنها واجهتها مشاكل كثيرة منها القابلية للسرقة ، القابلية للتلف أو الحريق ، القابلية للموت مثل الحيوانات ، ضعف القابلية للتخزين مدة طويلة .

## ٢ . النقود المعدنية

تم استخدامها لتفادي عيوب النقود السلعية وكانت من الذهب أو الفضة حيث أنها يسهل حملها ويسهل اخفائها ويمكن تجزئتها وغير قابلة للتلف .

## ٣ . النقود الورقية

ومع استمرار الدور البارز للتجار بإيداع الذهب والفضة لدى الصياغ ثم البنوك ، مقابل إيصالات أو أوراق تجارية ، وبدلاً من تداول الذهب والفضة بين المتعاملين ، فقد أصبح التجار يقبلون تسوية معاملاتهم فيما بينهم مقابل تداول



هذه الايصالات أو الأوراق التجارية الممثلة للذهب أو الفضة الموجود في البنوك وبذلك بدأت تظهر أوراق نقدية قابلة للتحويل في الحال لدى البنوك إلى ذهب وفضة ، واصبحت هذه الأوراق تتداول في الأسواق وتقبل التعامل بدلاً من هذين المعدنين. واصبح حامل هذه الأوراق ، ايا كان مالكا لقيمة من الذهب أو الفضة بقدر ما هو مدون فيها ، وتلتزم البنوك أمامه بالوفاء بحقه من هذين المعدنين بمجرد طلبه .. وهكذا بدأت تظهر النقود الورقية البنكنوت كاملة القيمة.

#### ٤. النقود الائتمانية

ومع استقرار العرف على التعامل بالنقود الورقية التي يصدرها الصاغة أو البنوك ، عمدت هذه البنوك الى التوسع في نشاطها بحيث اصبح المتعاملون يقبلون ديون أو التزامات البنوك في تعاملهم نظراً للثقة الكاملة فيها. وقد أدى هذا التطور إلى ظهور شكل جديد للنقود ، يرتبط بفكرة الدين أو الالتزام على البنوك هو النقود الائتمانية أو نقود الودائع. ويكفى هنا أن نشير إلى أن العلاقة بين هذه النقود الائتمانية والنقود الورقية تشبه العلاقة بين النقود الذهبية والنقود الورقية. ففي كلتا الحالتين تصدر البنوك نقوداً جديدة بناء على الاحتفاظ بالنقود القديمة في خزائنها

#### • المدفوعات الالكترونية E-payment

إذا كانت النقود سابقاً قد مرت بمراحل عديدة في تطورها تحت ضغط الحاجات لتيسير المبادلات بين المتعاملين، فإنه من المتوقع أن تشهد تطوراً مادام الإقتصاد والمجتمع وكذلك المعاملات في تطور مستمر. ومن هنا ظهرت للوجود الوسائل الإلكترونية للمدفوعات .

#### أ / الوسائل الإلكترونية للمدفوعات:

تستخدم هذه الوسائل لتسوية المدفوعات المترتبة على التعاملات ، التي تتم بين الأفراد بعضهم البعض أو بينهم وبين المؤسسات الاقتصادية والتجارية أو فيما بين هذه الأخيرة

• ونستعرض الآن أهم أنواع وأهم خصائص هذه البطاقات على النحو التالي:

#### ١. بطاقات الائتمان Credit cards

تمنح هذه البطاقة حاملها ائتماناً لمدة معينة ، وفقاً للشروط المتفق عليها ، بحيث يستطيع أن يستخدمها لشراء ما يشاء من سلع وخدمات من السوق في الداخل أو الخارج.

وتلجأ الجهات المصدرة لهذه البطاقات إلى منح مزايا لحاملها مثل

١. اعفائهم من دفع الفوائد لمدة محددة قد تصل إلى قرابة شهرين، إذا ما سددوا قيمة الائتمان كاملة خلالها
٢. لا يلتزم العميل بالسداد الكامل لقيمة الائتمان بعد انتهاء المدة السابقة ، بل قد يسدد نسبة معينة تحددها الجهة المصدرة كأن تكون ١٠% أو ٥% يستطيع العميل أن يستعملها في الشراء من الأسواق الخارجية أيا كانت العملة المستخدمة ويسوى قيمة معاملاته في النهاية بالعملة الوطنية التي أصدرت على أساسه البطاقة ، أي لا يلتزم بأن يسدد بالنقد الأجنبي .



وتصدر هذه البطاقة عن جهات عديدة بعضها مصرفى والبعض الآخر غير مصرفى .

## ٢. بطاقات الخصم (الخصم) الفورى Debit card

وتختلف هذه البطاقات تعطى عن سابقتها فى انها لا تمنح حاملها ائتمانا ولكن يتم خصم قيمة الصفقة من حساب العميل فى البنك على الفور.

## ٣. بطاقات الصرف الآلى ATM cards

وهى بطاقات تعطي لصاحبها ميزة صرف النقود من شبائيك إلكترونية، معدة خصيصا لهذا الغرض فى الكثير من البنوك وفروعها . وتتميز هذه البطاقات أن حاملها يستطيع أن يحصل على مقدار النقدية المتفق عليه من البنك الذى يصدرها فى أى وقت حتى بعد إغلاق البنوك لأبوابها ، كما تتسم بأنها أصبحت منتشرة بشكل كبير.

## ٤. البطاقات المدفوعة القيمة مقدما stored value cards

وهى البطاقات التى يتم دفع قيمتها مقدماً عند شرائها وتخزن فيها قيمتها والتى تكون من فئات مختلفة ، مثل: البطاقات التى تستخدم فى التليفونات ووسائل النقل ، آلات التصوير الفوتوغرافى الأتوماتيكية.. الخ. وقد تستخدم هذه البطاقات لمرة واحدة أو عدة مرات حسب القيمة المخزنة فيها والغرض من الاستخدام ومدته.

## ب / النقود الإلكترونية E-money

وتضم هذه النقود - حتى الآن - نوعين :

### الأولى ، البطاقات الذكية smart cards

وهى بطاقات يثبت عليها شريط مغنط ، مثبت عليه شريحة إلكترونية أو أكثر تمثل حاسبا صغيرا مزود بذاكرة، ويكون قادرا على تخزين، واسترجاع ومعالجة البيانات المسجلة عليه . ويتم تحميل هذه البطاقة بقيمة معينة من حساب العميل وكذلك كافة البيانات الشخصية الخاصة به. لذلك فإنه عند التعامل يتم تمريره على آلة قارئة له ، ويتم خصم التعاملات دون الحاجة لقيام المشتري بالتوقيع أو حمل ما يثبت شخصيته..

### الثانية ، النقود الرقمية digital money

وهى النقود التى تأخذ صورة نبضات bits كهرومغناطيسية ، يحملها كارت ذكى على النحو السابق أو على الهارد درايف ( hard drive ) للحاسب الشخصى وكل مايفعله العميل هو الضغط على ارقام معينة لتسوية المعاملات أو الاضافة الى الحساب ، أو النقل من حساب الى آخر .

والواقع أن انتشار مثل هذه التطورات يحتاج إلى بنية أساسية فى الجهاز المصرفى ، أى يحتاج إلى بنوك متطورة ، كما يحتاج إلى محال تجارية حديثة تتوافر لديها الوسائل الإلكترونية المجهزة لاستخدام هذا النوع من النقود وتتطلب شبكات إلكترونية للمعاملات بين البنوك والمحلات التجارية بعضها البعض.



## • وظائف النقود

١. **انها قوة شرائية عامة :** والمقصود بذلك هو أن من يحوز النقود يستطيع ان يحصل على ما يشاء من سلع وخدمات معروضة للبيع ، وبالمثل فإن كلاً من يعرض خدمة او سلعة للبيع يقبل التخلي عنها مقابل الحصول على النقود وهكذا ترتبط القوة الشرائية العامة للنقود بتمتعها بالقبول العام من كافة افراد المجتمع الذى تستخدم فيه.

## ٢. النقود وسيط فى التبادل :

وهذه هى الوظيفة الأساسية للنقود ، وتعتمد هذه الوظيفة على تمتع النقود بالقبول العام فى المبادلات ، فنظراً أن الجميع يقبلون التنازل عن سلعتهم أو خدماتهم المعروضة للبيع مقابل الحصول على النقود، فإننا نقول بأن النقود قد اصبحت تقوم بدور الوسيط فى التبادل ... وهكذا تنقسم عملية المقايضة الى عمليتين هما البيع ثم الشراء ، ونلاحظ أن وظيفة النقود كوسيط فى التبادل يتضمن تدخل النقود بالفعل فى عملية المبادلة

## ٣. النقود مقياس للقيمة :

يتم التبادل فى الاقتصاد الحديث بين عديد من السلع والخدمات التى تعرض فى الأسواق وهذه السلع غير متجانسة ، ومن ثم لا بد عند اجراء تبادل بينهما من اجراء المقارنة بين قيمهما لتحديد معدلاتها وذلك باستخدام وحدة قياس واحدة ، والا تعقدت الأمور وصعب الأمر على الأفراد فى متابعة هذه المقارنات . وتفيد فى هذا المقام حيث تقدر قيم مختلف السلع والخدمات بعدد ما تساويه من وحدات نقدية .

## ٤. النقود مخزن للقيمة :

النقود لها قوة شرائية عامة فى الحال وفى المستقبل ومن ثم تعطى لحائزها الحق فى الحصول على ما يشاء من السلع والخدمات المعروضة فى المستقبل : أى أن من يحتفظ بالنقود يكون محتفظاً بقوى شرائية عامة يستطيع أن يوظفها فى أى وقت للحصول على ما يشاء من سلع وخدمات . ويشترط لى تؤدي النقود هذه الوظيفة التمتع بالاستقرار النسبى فى قيمتها . ومن هنا يتضح لنا أن استقرار الأسعار وما يعنيه من استقرار لقيمة النقود هى شرط ضرورى لقيام النقود بوظيفة مخزن القيمة ، وبدونها يتعرض الاقتصاد القومى والمبادلات والادخار للاهتزاز والتدهور.

## • النقود والقبول العام :

النقود هى كل شئ يتمتع بالقبول العام من افراد المجتمع ، ويقوم بالتالى بوظائف الوسيط فى التبادل ومقياس القيم ومخزن للقيمة فى آن واحد . فالنقود تقبل فى التعامل لاعتقاد كل فرد انها تتمتع بهذا القبول العام لدى كل فرد آخر . وهكذا فكل فرد يقبل التعامل بها لانه يعتقد أن غيره سوف يقبلها وبالتالي يقبلها الجميع.

## البنوك (المصارف)

البنوك مؤسسات مالية وسيطة تقوم بتجميع مدخرات الأفراد والوحدات الاقتصادية التى تحقق فائضا وتستخدمها



فى اقراض الأفراد والمشروعات.

وهى مؤسسات وسيطة لأنها تقوم بالوساطة بين جمهور المدخرين وجمهور المستثمرين .وتعتبر البنوك من اهم المؤسسات المالية الوسيطة .وتحقق الوساطة المالية فائدة كبيرة للاقتصاد القومى ومنفعة مباشرة للمدخرين والمستثمرين فمن طريق المؤسسات المالية يمكن تجميع احجام كبيرة من المداخات من العديد من صغار المدخرين .

فمع وجود هذه المؤسسات يكفى أن يضع المدخر مدخراته لدى البنك دون الاضطرار إلى البحث عن مستثمر فى حاجة الى أموال للقيام بمشروعاته .وفى نفس الوقت فإن صاحب المشروع إذا احتاج إلى الاقتراض .. فإنه يتوجه إلى البنوك للحصول على تمويل بالاقتراض منها دون أن يكون عليه أن يبحث عن مدخر تتوافر عنده فوائض مالية.

## • انواع البنوك :

### ١. البنوك المركزية :

البنك المركزى هو الجهة التى تأتى على رأس الجهاز المصرفى فى الدول المختلفة من خلال الوظائف المركزية ذات الاهمية الحيوية التى تقوم بها ،مثل :اصدار النقود - بنك الحكومة - بنك البنوك - وضع وأدارة السياسة النقدية فى الدولة بما لديها من وسائل الرقابة الكمية والنوعية.

### ٢. البنوك التجارية :

البنك التجارى هو بنك عام النشاط وغير متخصص حيث يتلقى الايداعات ويمنح (الائتمان) لكافة الأفراد والمؤسسات مختلفة الأنشطة الاقتصادية والتجارية ويقوم نشاط البنك فى الأساس على التمويل قصير الأجل.

وتقوم البنوك التجارية الآن بعدد من الأنشطة التى تدر عليها عائد كبيراً.وتشهد البنوك التجارية مرونة كبيرة فى هذا المجال : إذ لم تعد وظائفها تقف عند حد الوظائف النقدية أو التمويلية التقليدية.

### ٣. البنوك المتخصصة :

وهى بنوك تتخصص فى منح الائتمان لنوع محدد من النشاط ،بحيث يقتصر عملها على هذا النشاط دون غيره ،مثل البنوك العقارية ،الزراعية ،الصناعية....إلخ.ولكنه يجدر ملاحظة ان نشاط هذه البنوك شهد توسعا فى السنوات الاخيره .

### ٤. البنوك الاستثمارية :

وهي مؤسسات مالية وسيطة تقوم بتجميع الاموال ، التى تتوافر لديها من المساهمين أو من خلال طرح السندات فى السوق المالية ، ووضعها تحت تصرف المستثمرين.ويقوم نشاط البنك فى الأساس على طرح السندات فى السوق المالية ، ووضعها تحت تصرف المستثمرين .ويقوم نشاط البنك فى الاساس على التمويل طويل الأجل .وتنتشر هذه البنوك فى الدول المتقدمة خاصة الولايات المتحدة وانجلترا .



ولقد أدى التطور الاقتصادي إلى ظهور نوعين جديدين من البنوك هما :

### أ- البنوك الشاملة Universal banks

وهي البنوك التي لم تعد تقتيد بالتعامل في نشاط معين أو في منطقة أو إقليم معين ، واصبحت تحصل على الأموال من مصادر متعددة ، وتوجهها إلى مختلف الأنشطة لتحقيق التنمية الاقتصادية والاجتماعية .

### ب- البنوك الالكترونية E-banks

وهو بنوك تعمل بالكامل من خلال الانترنت حيث تتم المعاملات والعلاقات فيها من خلال الوسائل الالكترونية وليس اللقاء المباشر ، وتعرف هذه البنوك باسم البنوك الافتراضية Virtual banks .

## • البنوك وإصدار النقود :

ولكى يتضح هذا الدور للبنوك في إصدار النقود فإننا نتعرض بإيجاز لإصدار النقود الورقية ثم النقود الائتمانية

### ١ - البنوك وإصدار النقود الورقية :

لجأ التجار إلى إيداع نقودهم من الذهب والفضة في البنوك ، في مقابل الحصول على إيصالات (سندات) إلى أن أصبح التعامل في النقود الذهبية والفضية يتم عن طريق تداول السندات الممثلة للمعدن في البنوك ، وهكذا بدأ المتعاملون في تداول هذه السندات بدلا من تداول الذهب والفضة ذاتها واستقر التجار على قبول السندات بدلا من الذهب أو الفضة ، لمعرفتهم بأن حاملها يستطيع في أي وقت أن يتقدم إلى البنك الذي أصدرها ، ويحصل على الذهب والفضة بالقيمة الصادرة بها السند وقد استجابت البنوك دائما إلى مثل هذه المطالبات ، وهكذا ظهرت النقود الورقية إلى الوجود

كانت البنوك تراعى في هذا الوقت تحقيق نوع من التناسب بين ما لديهم من ذهب وما تصدره من سندات على هذا النحو ، فهي وإن كانت تصدر سندات مستقلة أعلى من قيمة المعدن النفيس لمقابلة الطلبات المقدمة للسحب .

وبعد هذا عرفت بعض الدول عديداً من الأزمات ، عندما بدأت بعض البنوك تسرف في إصدار النقود الورقية بكثرة ، مما عرضها للافلاس وضياع حقوق الأفراد ، ولذلك لم تلبث أن عمدت الحكومات إلى قصر إصدار النقود الورقية (البنكنوت) على أحد البنوك فقط ، والذي أصبح فيما بعد البنك المركزي كما بدأت تضع بعض القيود على إصدار هذه النقود الورقية وقد ارتبطت هذه القيود في أول الأمر بضرورة توافر نسبة من الذهب أنواع محددة من السندات والأوراق المالية ذات القيمة المستقرة مقابل إصدار النقود الورقية من جانب البنك المركزي . وهذا يسمى بالغطاء النقدي . كذلك بدأت الدول تلزم الأفراد بقبول هذه النقود الورقية في التعامل ، فلم يعد قبولها اختيارياً كما كانت الحال في أول الأمر ، وإنما أصبح إجبارياً بحكم القانون .

## • تطور إصدار النقود الورقية في مصر

ارتبط إصدار النقود الورقية في مصر بإنشاء البنك الأهلي المصري عام ١٨٩٨ ، وكانت النقود الورقية التي يصدرها البنك الأهلي اختيارية في أول الأمر ، ومع قيام الحرب العالمية الأولى ، صدر أمر عال في ١٩١٤ بأن يكون لأوراق



البنكنوت الصادرة من البنك الأهلى المصرى القيمة نفسها للنقود الذهبية كما حرر هذا الأمر البنك الأهلى من ضرورة تحويل السند الذى يصدره إلى ذهب عند المطالبة من حامله.

وبذلك .. فقد أصبحت النقود الورقية ، وانه لم يعد يمكن تحويلها إلى ذهب

وفى عام ١٩٥٧ أصبحت صفه البنك المركزى رسميا على البنك الاهلى ، وتاكيد إشراف الحكومة عليه ، وفى عام ١٩٦١ أنشئ البنك المركزى المصرى ، واستقل بذلك عن البنك الاهلى ، وأصبح له وحده منذ ذلك التاريخ الحق اصدار النقود الورقية فى مصر .

## ١ . البنوك والنقود الائتمانية :

إذا كانت النقود الورقية قد غيرت من شكل النقود المعدنية باصدار أوراق البنكنوت باعتبارها بديلا من الذهب والفضة الموجودة فى خزائن البنوك ، فإن النقود الائتمانية قد فعلت الشئ نفسه بالنسبة للنقود الورقية .. فقد لاحظت البنوك التجارية أن الافراد يقومون بايداع نقودهم الورقية لديها مكتفين بالتعامل فيما بينهم عن طرق الشيكات .

وهكذا بدأت تنتقل ودائع الأفراد فيما بينهم عن طريق الشيكات ، ومع استقرار عادة التعامل مع البنوك والثقة فى قدرتها دائما على الوفاء بالتزاماتها ، بدأت البنوك التجارية فى التوسع فى الاقتراض بأكثر مما لديها من ودائع ، ونظراً لانتشار عادة قبول الشيكات فى التعامل فإن الصورة الجديدة من مديونية البنك التجارى قد أصبحت نوعا من النقود ، وهى تسمى "نقودا ائتمانية" ، لأنها تخلق بمناسبة قيام البنك التجارى بمنح ائتمان ، أى قروض لعملائه ، وهذه القروض لا تمنح فى شكل نقود مادية (ورقية) وإنما فى شكل حسابات تفتح بأسم العميل ويتصرف فيها عن طريق الشيك ، وهكذا أصبحت مجرد مديونية البنك التجارى نوعا من النقود لأنها تقبل فى التعامل ، التدوال لهذه النقود هى استخدام الشيك . وبطبيعية فإن البنوك التجارية لا تسرف فى خلق هذه المديونية ، لأنها يجب أن تكون دائما على استعداد للدفع نقداً للمستفيد من الشيك الذى يطلب صرفه فى شكل نقود ورقية .

وينبغى أن يكون واضحاً أن النقود الائتمانية هى مديونية البنك كما هى مسجلة فى دفاتره ، أما الشيك فهو وسيلة انتقال هذه المديونية من عميل الى آخر .. كذلك فإنه من المفيد الإشارة إلى أن النقود الائتمانية لم تصل بعد الى مرحلة النقود الورقية ، فلا زال الفرد حراً فى قبول تسوية حقوقه عن طريق قبول الشيك ومديونية البنك أو الاصرار على تسوية حقوقه بالنقود الورقية .

## • المؤسسات المالية الوسيطة غير المصرفية :

إذا كانت البنوك هى اهم المؤسسات المالية الوسيطة .. فإنه يوجد إلى جانب البنوك ، مؤسسات مالية أخرى تعمل فى مجال الوساطة فى التمويل . ومن أهم هذه المؤسسات المالية الوسيطة شركات التأمين وصناديق الاستثمار وصناديق الادخار والمعاشات وشركات توظيف الاموال



## البورصة:

## • او سوق تداول الأوراق المالية :

يتوقف معدل النمو في أى اقتصاد معاصر - بصفه عامة - على حجم الاستثمارات الجديدة التي يتم تنفيذها ويحتاج هذا التنفيذ بالطبع إلى توفير الموارد المالية اللازمة ، هذه الموارد قد تكون متوافرة ذاتيا لدى الجهة المحتاجة للتمويل (فرد او جماعه او حتى الدولة) فتستخدمها مباشرة في تمويل استثماراتها الجديدة التي ترغب في تنفيذها . أما إذا لم تتوافر هذه الموارد الذاتية .. فإن هذه الجهة تجد نفسها مضطرة إلى اللجوء للغير لمدها بالتمويل اللازم، وهنا نفرق بين حالتين:

قد تلجأ الجهة الى دعوة الغير للمشاركة معها في التمويل ، باعتبارهم "مساهمين" في المشروع المطلوب تنفيذه.

-وقد تلجأ هذه الجهة إلى دعوة الغير لإقراضها المال، الذي تحتاجه لتمويل الاستثمار المرغوب تنفيذه باعتبارهم "دائنين" فقط وليسوا "مساهمين" وهنا تلجأ الجهة للاقتراض من إحدى وحدات الجهاز المصرفي - كوسيط مالي - أو تقوم بنفسها بالاقتراض مباشرة من الجمهور (افراد أو مؤسسات) من خلال اصدار صكوك مديونية على نفسها (اوراق مالية) قد تكون بدورها في صورة اذون قصيرة الاجل (اقل من عام عادة) او في صورة سندات طويلة الاجل . هذا.. وقد أصبحت "الاسهم" و "السندات" من اهم وأشهر الصور المعاصرة لتوفير التمويل اللازم.. إما لتمويل الاستثمارات الجديدة أو غيرها.

## • تعريف الاسهم والسندات والفارق بينهما :

السهم هو صك أو ورقة مالية تمثل حصه الشريك في رأس مال الشركة المساهمة او (التوصية بالاسهم) التي تساهم في رأسمالها : أي انه يمثل حقا للشريك في الشركة ويمثل في الوقت ذاته الورقة المثبتة لهذا الحق .

أما السند فهو صك أو ورقة مالية تمثل ديناً لصحابها تجاه الشركة المصدرة لها ، ويعتبر السند بصفة عامة بمثابة قرض طويل الاجل تحصل عليه الشركة من خلال الاكتتاب العام ويصدر في شكل شهادات متساوية القيمة وقابلة للتداول بالطرق التجارية . كذلك قد تكون هذه الشهادات اسمية، أي يحدد فيها اسم صاحبها ، او حاملها دون تحديد لاسم صاحب الشهادة.

## وتتمثل أهم الفروق بين السهم والسند فيما يلي :

١. يحق لحامل السهم الاشتراك في إدارة الشركة أو الرقابة عليها. بينما ليس لحامل السند هذا الحق.
٢. يحق لحامل السهم الحصول على ارباح إذا حققت الشركة أرباحاً فإذا لم تحقق فلا يحصل على شئ ، أما حامل السند فله الحق في الحصول على فائدة ثابتة سنوياً بصرف النظر عن تحقيق الشركة ارباح من عدمه.
٣. لا يحق لحامل السهم - كأصل عام - استرداد قيمة اسهمه ، طالما ظلت الشركة باقية ويظل شريكاً فيها ، بينما



يحق لحامل السند استيفاء قيمة سنده في الميعاد المحدد وبعدها تنقطع صلته بالشركة.

٤. لا يحق لحملة الاسهم في حالة حل الشركة وتصفياتها استرداد قيمتها الا بعد حصول حملة السندات على قيمة سنداتهم والفوائد.

## • سوق الأوراق المالية :

هي الانظمة الاقتصادية الحديثة ، والتي تتمتع بوجود قطاع مالى متطور،تنظم عملية إصدار وتداول الأوراق المالية (وبصفة خاصة الأسهم والسندات وغيرها) من الأوراق المالية) من خلال سوق الأوراق المالية.

وينقسم سوق الأوراق المالية إلى سوقين رئيسيين هما :

### ١. سوق الإصدار أو السوق الأولية :

وهو السوق التي يتم فيها إصدار الأوراق المالية لأول مرة من خلال العملية المعروفة باسم عملية "الاكتتاب" والتي تتمثل في طرح الأوراق المالية للبيع وعرضها على الراغبين في الشراء وفقا لإجراءات حددها القانون. وبالنسبة للأسهم فقد يتعلق "الاكتتاب" بالاسهم الممثلة لرأسمال الشركة المساهمة عند تأسيسها أو عند زيادة رأسمالها بعد التأسيس أو عند زيادة رأسمالها بعد التأسيس. وبالنسبة للسندات..فقد يتعلق الاكتتاب بسندات صادرة عن شركة، أو عن شخص من الأشخاص الاعتبارية العامة التي يحق لها إصدار مثل هذه السندات

### ٢. سوق التداول أو البورصة :

وهي السوق المنظمة التي يتجمع فيها العارضون والطالبون للأوراق المالية التي سبق إصدارها في سوق الإصدار..وذلك في أوقات وأماكن محددة حيث يتم لقاء وسطاء السوق لتنفيذ أوامر عملائهم المتلقاه من قبل، وإثناء فترة عمل البورصة لبيع وشراء الأوراق المالية. والقاعدة أن الأوراق المالية التي يسمح بتداولها في "أطار البورصة" هي الأوراق التي استوفت الشروط المقررة.لقيدها في البورصة ويقصر التعامل داخل قاعة التداول على وسطاء السوق المصرح لهم بالتعامل فيها طبقا للقواعد المقررة وتحت إشراف الهيئة القائمة على إدارة البورصة ولكن إلى جانب هذه السوق النظامية هناك أيضاً السوق غير النظامية خارج البورصة حيث يتم تداول الأوراق المالية غير المستوفاة بشروط القيد في البورصة ولحين إتمام إجراءات قيدها.

## أهم وظائف البورصة :

١. تلعب "البورصة" دوراً رئيساً في الاقتصاديات المعاصرة.وتتمثل أهم الوظائف التي تؤديها فيما يلي:
٢. تعبئة المدخرات وتوجيهها إلى الاستثمار في قنوات شرعية منظمة تخدم الاقتصاد الوطنى.
٣. توفير سوق دائمة ومستقرة ومفتوحة للتعامل تيسيراً على المدخرين والمستثمرين.



٤. توفير السيولة لحائزي الأوراق المالية، إذا ما رغبوا في بيع ما في حوزتهم من أوراق لاحتياجهم الى النقد السائل إما لاستخدامه في الاستهلاك أو في الاستثمار في أوجه أخرى .
٥. توفير الضمانات اللازمة لاتمام الصفقات وفقاً لقواعد محددة مبسطة وشفافة.
٦. توفير مؤشرات عن حقيقة حجم النشاط ومستوى أداء الاقتصاد القومي والتي تعكسها حركة اسعار أسهم الوحدات الإنتاجية المتداولة اسهمها في البورصة



## اسئلة الفصل الخامس

١- كان ظهور النقود تعبيرا عن قصور نظام المقايضة

فى ضوء العبارة السابقة واضح مايلى :

عيوب نظام المقايضة.

تطور اشكال النقود.

ج- وظائف النقود.

٢- ضع دائرة حول الحرف الذى يمثل الاجابة الصحيحة فى كل مما يأتى :

-تختلف بطاقات الائتمان عن بطاقات الحسم فى ....

أ- القيمة الحقيقية.

ب- الخصم الفورى او السداد الآجل.

ج- جهة الإصدار.

د- صرف النقود الكترونيا.

- الاتى يمثل دور البنك المركزى عدا .....

أ- إصدار النقود.

ب- إدارة السياسة النقدية.

ج- الرقابة على البنوك.

د- منح القروض للمشروعات.

٣- "أدت التطورات الاقتصادية إلى ظهور العديد من انواع البنوك والتي تختلف عن بعضها فى النشاط الرئيسى الذى يقوم به كل بنك".

فيما يلى أمثله لبعض انواع البنوك ، والمطلوب منك كتابة نوع النشاط الذى يقوم به كل بنك :

نوع البنك                      نوع النشاط

البنوك المتخصصة .....

البنوك الاستثمارية.....



البنوك التجارية.....

البنك المركزي.....

#### ٤- ضع دائرة حول الحرف الذى يمثل الاجابة الصحيحة فيما ياتى :

١- تشابه الأسهم والسندات فى ان كليهما يمثل .....

أ- حصة الشريك فى راس المال.

ب- دين لصاحبه تجاة الشركة أو الجهة المصدرة.

ج- قرضا طويل الأجل.

د- ورقة مالية يمكن تداولها

٢- الاتى: يمثل خصائص الأسهم عدا .....

أ- المشاركة فى الادارة.

ب- الحصول على الارباح فى حالة حدوثها.

ج- يمثل دين على الشركة المصدرة.

د- يمكن تداوله فى سوق الاوراق المالية.

٣- الاتى يمثل خصائص السند عدا.....

أ- يمكن تداوله فى سوق الاوراق المالية.

ب- يمثل ديناً لحامله تجاء الجهة المصدرة له.

ج- الحصول على فائدة

د- المشاركة فى الإدارة

#### ٥- من خلال متابعتك لحركة الأوراق المالية بالبورصة المصرية فى القاهرة والاسكندرية

عبر وسائل الاعلام، اكتب فيما يلى لايزيد عن صفحة واحدة عن :

أ- الدور الذى تلعبه البورصة المصرية فى الاقتصاد المصرى.

ب- قائمة بأهم الأوراق المالية التى ترتفع قيمتها وكذلك التى تنخفض قيمتها.



## العلاقات الاقتصادية الدولية

## الفصل السادس

## تمهيد

لا تقتصر العلاقات الاقتصادية على الافراد المقيمين داخل إقليم الدولة، وانما أيضاً علاقات اقتصادية كثيرة بين افراد ينتمون إلى دول مختلفة. من هنا تظهر أهمية دراسة العلاقات الاقتصادية الدولية، وتتعدد هذه العلاقات، فهي تشمل انتقالات السلع فيما بين الدول، وهو ما يعرف بالتجارة الدولية. ولكن هذه العلاقات الاقتصادية الدولية لا تقتصر على انتقالات السلع وما يرتبط بها من وسائل للدفع. فهي تشمل أيضاً انتقال عناصر الانتاج : فالعنصر البشري ينتقل من دولة إلى أخرى بشكل مؤقت كما هي الحال في السياحة، او بشكل أكثر استقراراً كما في حالات الهجرة أو الانتقال للعمل في دول أخرى. كذلك تشمل العلاقات الاقتصادية الدولية انتقال رؤوس الاموال للاستثمار في دول أخرى او لاقرضها أو بمناسبة تقديم المنح والمساعدات.

## الاهداف :

يصبح الطالب في نهاية دراسته لهذا الفصل قادراً على أن :

١. يحدد الخصائص الخاصة بالتجارة الدولية، والتي تميزها عن التجارة الداخلية.
٢. يوضح أهمية وجود ميزان سنوي للمدفوعات لكل دولة
٣. يبين مضمون ميزان أو حساب العمليات الجارية
٤. يميز ما بين حساب رأس المال طويل الأجل، وحساب رأس المال قصير الأجل.
٥. يوضح الصور والأشكال المختلفة لانتقالات رؤوس الأموال ما بين الدول، وكذلك الأسباب والدوافع التي تقف وراء هذه الانتقالات.
٦. يحدد التغيرات الاقتصادية المصاحبة لعملية العولة.
٧. يوضح المتطلبات التي ينبغي الوفاء بها لمواكبة العولة.
٨. يبين القوى الاقتصادية الرئيسة في العالم المعاصر.



## • التجارة الدولية والتجارة الداخلية :

حظى تبادل السلع والخدمات فيما بين الدول باكبر قدر من العناية من الاقتصاديين في اطار التجارة الدولية ، بل لقد نظر إلى انتقالات رؤوس الأموال في كثير من الاحوال باعتبارها لا تمثل ظاهرة منفصلة عن التجارة ، وانما تعتبر شكلا مكملًا لتبادل السلع والخدمات.

## • خصائص العلاقات الاقتصادية الدولية :

١. وجود الحدود السياسية
٢. اختلاف العملات
٣. اختلاف في اللغة والعادات والقيم السائدة في كل دولة.
٤. تكاليف النقل

## • ميزان المدفوعات :

ميزان المدفوعات هو سجل محاسبي منتظم لكافة المبادلات أو العمليات الاقتصادية، والتي تتم ما بين المقيمين في الدولة والمقيمين في العالم الخارجى خلال فترة معينة (سنة في الغالب)

وينبغي أن ندرك هنا ان ميزان المدفوعات :سجل لما تحصل عليه الدولة من ايرادات من العالم الخارجى وما تدفعه من مدفوعات ، فهو سجل للمتحصلات والمدفوعات في الميزان خلال فترة معينة وليس بياناً للمركز القانونى للدولة، باعتبارها دائنة أو مدينة للعالم الخارجى . وسوف يتضح ذلك عندما نرى كيف يتم قيد هذه العمليات وخاصة العمليات الرأسمالية.

وإذا كان ميزان المدفوعات هو سجل لكافة العمليات التى تجريها الدولة مع العالم الخارجى خلال فترة معينة (سنة عادة) ، فقد جرت العادة على تقسيم هذا الميزان إلى اقسام، من شأنها المساعدة على حسن فهم العلاقات الاقتصادية المختلفة للدولة مع العالم الخارجى، وأهم تقسيمات ميزان المدفوعات قسمان ، هما :

### أولاً : ميزان او حساب العمليات الجارية :

ويتضمن علاقة الدولة مع الخارج ، فيما يتعلق بالتجارة الخارجية للسلع والخدمات .. ويفرق عادة في هذا الميزان او الحساب بين ميزان التجارة المنظورة وميزان التجارة غير المنظورة، ويشمل ميزان التجارة المنظورة الصادرات والواردات من السلع ، اما ميزان التجارة غير المنظورة فيتضمن الصادرات والواردات من الخدمات غير المادية مثل السياحة او مصاريف التأمين والنقل مثل قناة السويس.

ويعتبر ميزان العمليات الجارية أهم قسمى ميزان المدفوعات :لانة يتعلق بالصادرات والواردات من السلع والخدمات التى تؤثر تأثيراً بالغاً على مستوى النشاط الاقتصادى في الدولة .. وتقيد قيمة المتحصلات التى تحصل عليها الدولة من العالم الخارجى: نتيجة لصادراتها اليه من السلع والخدمات في جانب الدائن من الميزان، اما قيمه المدفوعات التى تدفعها الدولة لهذا العالم نتيجة لواردها منه فتقيد في جانب المدين . ويعتبر الميزان في حالة فائض اذا زادت المتحصلات



من الصادرات ،وعند تساوى الجانبين يكون الميزان متوازنا .

### ثانياً : ميزان أو حساب العمليات الرأسمالية :

ويتضمن هذا الميزان العمليات المتعلقة بحركات رؤوس الاموال مابين الدول ويفرق عادة فى حركات رؤوس الاموال هذه مابين رؤوس الاموال طويلة الاجل ورؤوس الاموال قصيرة الاجل .ويعتبر راس المال طويل الاجل اذا زاد اجله عن عام .والا اعتبر قصير الاجل .

وبصفة عامة فان القيد فى ميزان المدفوعات يرتبط باتجاه المدفوعات وليس بالاثـر القانونى لها .وقد تقوم الدولة بالاقتراض من الخارج ،ويؤدى ذلك الى حصولها على ايرادات نقدية ودخولها فى دائرة الاقتصاد القومى وتقيد قيمة القرض فى جانب الدائن او الايرادات رغم أن الدولة قد اصبحت من الناحية القانونية مدينة بمبلغ القرض .

### • انتقالات رؤوس الأموال :

#### وهي تنقسم إلى :

##### ١ . قصيرة الأجل :

باخذ انتقال رؤوس الأموال صوراً وأشكال متنوعة ،كما ان اسبابه ودوافعه متنوعة بدورها

أ- حركات رؤوس الاموال التى تنتقل من دولة إلى اخرى بقصد تسوية العجز او الفائض فى علاقتهم التجارية الخارجية .

ب- تشجيع صادراتها تلجأ الدولة الى منح الدول المستورده بعض القروض قصيرة الاجل لتمكينها من الاستيراد منها وبالتالي يزداد حجم التبادل التجارى بينها وبين هذه الدولة .

##### ٢ . القروض متوسطة وطويلة الأجل .

ترتبط القروض متوسطة وطويلة الاجل عادة بالمشروعات الاستثمارية ،فتمويل هذه المشروعات يحتاج الى فترة زمنية قبل ان تبدأ فى الانتاج وبالتالي توفير القدرة على السداد ،ولذلك فانها تحتاج الى انواع من التمويل متوسط وطويل الاجل .

وتعتبر الاستثمارات المباشرة من أهم صور انتقال رؤوس الاموال ،وتمثل هذه الاستثمارات حقوق ملكية وبالتالي تتضمن مشاركة فى الادارة والارباح او الخسائر فعندما يقوم شخص بالاستثمار مباشرة فى مشروع ما فى دولة اخرى فانه يتحمل مخاطرة فضلاً عن المشاركة فى الادارة ،وبالتالى يكون مالكا وليس دائئاً .

##### ٣ . المساعدات الاقتصادية للتنمية

عرف النظام الدولى - وخاصة بعد نهاية الحرب العالمية الثانية - المساعدات الاقتصادية للتنمية اذ تقدم بعض الدول الصناعية المتقدمة وبعض المؤسسات منحاً واعانات للدول النامية لمساعدتها فى جهودها من اجل التنمية او لمواجهة ظروف خاصة مثل الكوارث الطبيعية ،وبالتالى تختلف من هذه الناحية عن القروض والتسهيلات الائتمانية



## تطور النظام الاقتصادي العالمى

## • العولمة globalization

شهد العالم تطورات سريعة ومتلاحقة ومتعددة الجوانب السياسية والاقتصادية والاجتماعية .. الخ على مدار العقود الماضية .

ولقد تجسدت هذه التحولات بصفة عامة فى الازالة التدريجية للحدود غير الجغرافية بين الدول والكيانات السياسية المختلفة. بحيث اصبح يسود الاتجاه نحو توحيد القوانين التى تحكم كثيرا من الانشطة الاقتصادية والاجتماعية، كما خرجت صيحات عالمية تنادى بضرورة نشر الديمقراطية واحترام حقوق الانسان على مستوى دول العالم المختلفة، وهذا فى الوقت الذى اصبح فيه المواطن فى اى دول يشهد ما يحدث فى بقية العالم وهو جالس فى مكانه، وذلك باستخدام الادوات الالكترونية لتغير محطات استقبال البث التلفزيونى.

ولعلنا لا نبالغ اذا قلنا ان انماط الاستهلاك تتقارب على نحو تدريجى بفضل الاعلانات التجارية العابرة للحدود من الوسائل الالكترونية الحديثة، التى تهيمن عليها الشركات متعددة الجنسيات وهذه التحولات وغيرها تشكل ما اصبح يطبق عليه الان العولمة أى عولمة القوانين والسياسات خاصة فى المجال الاقتصادى وعولمة فى الجانب الاجتماعى والثقافى وهكذا تتداخل وتتشابك الجوانب الاقتصادية والاجتماعية والثقافية والعلمية والتكنولوجية للعولمة.

فالعولمة اذا وخاصة الاقتصادية منها تعنى ان كل كيان اقتصادى يتكامل ويندمج مع غيره من الكيانات ليتكون من الكل مجموع اقتصادى على مستوى العالم، يخضع للقانون والقواعد ذاتها بغض النظر عن خصوصية هذه الكيانات سواء كانت متقدمة ام متخلفة غنية ام فقيرة ، ولا يفرق بينهما سوى اعطاء مهلة من الوقت لكى تلحق الكيانات الضعيفة بالمجموع.

## • فالعولمة رافقها :

١. حدوث تحولات عديدة فى هيكل الانتاج العالمى ذاته واصبحت اهم المدخلات تتمثل فى المعلومات والمعرفة واشكال جديدة من المواد الاولية تحل محل المواد التقليدية.
٢. ظهرت ثورات علمية عديدة خاصة فى مجال الزراعة وتجسد هذا فيما يعرف بالهندسة الوراثية او التكنولوجيا الحيوية.
٣. ازدادت حركات رؤوس الاموال كثيرا بين الدول لتصبح اضعاف حركة التبادل التجارى ذاته مدفوعة بالتقدم فى وسائل الاتصال من جهة وبدافع المضاربة مستغلة مناخ التحرير فى السياسات والاقتصاد من جهة أخرى.
٤. اذا كانت العولمة تعنى التحرير والتخلص التدريجى من القيود والعقبات، التى كانت تعترض طرق التجارة الدولية فإنها القت بظلالها على الاداء فى الاقتصادات الوطنية ذاتها ، حيث اسهمت فى التحرير داخل الاقتصادات الوطنية Deregulation واستفادت منها كذلك .

## • العولمة فرص وتحديات :

أدت التطورات إلى فرض عديد من التحديات Challenges على الدول النامية مع منحها العديد من الفرص Opportunities أمام الدول المتقدمة إن استطاعت أن تستفيد منها ، وهو ما يعد تحديا فى الوقت ذاته، يعطيها



فرصة النفاذ إلى أسواق الدول الأخرى إذا ما طورت جهازها الإنتاجي، وصارت تنتج بتكلفة اقتصادية أفضل من غيرها، وتنتج أيضاً منتجات ذات نوعية جيدة ليكون لها ميزة تنافسية، إلا أنها في الوقت ذاته تتعرض لمنافسة شديدة وغالباً غير متكافئة مع سلع الدول الأخرى خاصة التي تعمل في ظروف إنتاجية أفضل سواء من حيث التكنولوجيا المتطورة، السياسات الواعية المشجعة على الإنتاج، وتوافر المهارات الإدارية والعلمية والسوق ... الخ.

### موقف مصر وقارة أفريقيا من تحديات العولمة :

من التحولات الناتجة عن ظهور العولمة فإن أفضل طريق لمواجهة العولمة وأثارها السلبية الحالية والمحتملة على القارة الأفريقية يتّثل في :

- مزيد من التعاون والتكامل حيث أن ظاهرة التكتلات الدولية والقارية تشكل مؤشر وعي قومي وجماعي عالمي للوقوف ضد تيار العولمة أو التقليل من أثاره السلبية، وهذا ما أدى إلى اندماج وتعاون اقتصادي بين دول القارة الأفريقية عن طريق الاتحاد الإفريقي والتكتلات الاقتصادية الأفريقية الذي سيكون من شأنه تعظيم قدرة أفريقيا على مواجهة التكتلات الدولية الكبرى والعولمة وسيكون لمصر دوراً عظيماً من خلال رئاستها للاتحاد الإفريقي بما لها من رؤى نحو تحقيق التنمية المستدامة وتطوير الاقتصاد المصري بما يعود بالفائدة على الاقتصاد الإفريقي في مواجهة التحديات .

ويمكن تطوير اقتصاد الدول النامية ومنها الدول الإفريقية لمواجهة العولمة من خلال ما يلي:

- اتجاه القارة نحو تصنيع منتجاتها بدلاً من تصديرها خاماً.
- إتباع الأساليب العلمية الحديثة في الزراعة والرعي واستغلال الغابات وتحقيق الاكتفاء الذاتي من الغذاء
- توفير رأس المال اللازم للصناعة ونجحت دول القارة في تأسيس بنك الاتحاد الإفريقي ليسهم في قيام الصناعات الكبرى بالقارة.
- حل مشكلة الديون الإفريقية عن طريق إسقاط الدول الكبرى بعض ديونها وإعطاء فترة سماح لمداها.
- تكوين سوق إفريقية مشتركة على غرار الاتحاد الأوروبي.
- هناك العديد من الفرص الجديدة لأفريقيا في عصر المعلومات، ومع ذلك فحتى تستطيع جني فوائد الاقتصاد المعرفي، لابد من اتخاذ عدد من الخطط الإستراتيجية على كافة المستويات. إن أفضل طريقة لمواجهة التحديات التي تواجه أفريقيا في ظل العولمة والاقتصاد المعرفي هي التخطيط الاستراتيجي والتنفيذ بحيث يشمل القطاعين العام والخاص، ومشاركة القطاع التطوعي والشركاء على الصعيد الوطني والإقليمي والعالمي.
- ويجب على الحكومات الإفريقية أن توفر بيئة مواتية لتعزيز نمو التكنولوجيا والصناعات التكنولوجية ذات الصلة. كما يجب أن يتم صياغة سياسات وطنية مصممة خصيصاً لتلبية أهداف محددة بوضوح، استناداً إلى الواقع المحلي والقيود والاحتياجات.
- ويتعين على الحكومات الإفريقية التركيز على سياسات التعليم، حيث أن العلم والتكنولوجيا هما حجرا الزاوية في تحقيق التقدم الاقتصادي الذي تحتاج إليه أفريقيا لتعزيز قدرتها التنافسية في القرن الحادي والعشرين. إن صناعة المعلومات والابتكار هما القوة الدافعة للنمو والتنمية. ويجب أن تجمع أفريقيا علمائها في مراكز



الخبرات الإقليمية، وأن تعمل هذه المراكز في مجال البحث والتطوير وتصميم التكنولوجيا الملانمة للواقع المحلي. ويمكن للحكومات تحسين القدرات التكنولوجية الوطنية من خلال إنشاء مؤسسات معرفية تقدم خدمات إرشادية واسعة النطاق، مما يؤدي إلى توفير بيئة مواتية لبناء الاقتصاد المعرفي في أفريقيا. وإذا كانت العولة تفتح افاقا واسعة للقادمين الجدد إلى سوق الانتاج والاستهلاك للاستفادة مما يتوافر لدى السابقين من مزايا تكنولوجية وعملية.. إلخ إلا انه في الواقع جاء اتفاق الجوانب التجارية لحماية حقوق الملكية الفكرية "التربس" ليجعل الأمر أكثر صعوبة من حيث إطالة مدة الحماية وتوسيع نطاقها لتشمل المنتجات، وليس فقط وسائل الإنتاج، ولتفرض عقوبات اقتصادية شديدة على مخالفة هذه الإحكام وغيرها.

### • ومن هنا يمكن القول إن الدول الساعية للتقدم عليها أن:

١. تعنى بتنمية مواردها البشرية أى تعنى بالتعليم ومكوناته المختلفة، مع التركيز على عنصر الجودة التعليمية.
٢. تعنى بالبحث العلمى والتطوير.
٣. تعنى بتطوير انتاجها كما ونوعا ورفع مستوى الكفاءة لديها.
٤. تعنى بخلق طلب متميز لدى القطاعين العام والخاص على المنتج التعليمى المتميز من جهة ونتائج البحث العلمى والتطوير من جهة اخرى.
٥. تعنى الدول النامية بخلق تكامل اقتصادى فيما بينها، والأحرى بذلك الدول العربية.
٦. وعلى مستوى الافراد يجب عليهم ان يتقنوا عدیدا من المهارات المهنية والوجستية ، التى تؤهلهم للحصول على فرص عمل سواء فى الداخل أو فى الخارج، وبما ينعكس على مستوى إنتاجيتهم.

### • القوى الاقتصادية الرئيسية فى العالم المعاصر

انقسم العالم فى بداية هذه الألفية الثالثة إلى شمال متقدم وجنوب متخلف، فالدول فى الجزء الشمالى من الكرة الأرضية مثل : اليابان وأوروبا والولايات المتحدة الأمريكية وكندا تتميز بتطور هياكلها الاقتصادية وتحقق معدلات مرتفعة للنمو، وتوفر دخولا مرتفعة لمواطنيها ، اما الدول التى تقع - فى الغالب فى الجزء الجنوبى من الكرة الأرضية فى شرق ووسط وجنوب اسيا وقارة افريقيا وقارة امريكا اللاتينية "مع بعض الاستثناءات مثل دول النمر الاسيوية وجنوب افريقيا والصين وبعض الدول العربية البترولية".

فإنها تعاني من التخلف النسبى لهياكل اقتصاداتها وتنمو بمعدلات محدودة ، ولا توفر إلا مستويات منخفضة من الدخول لمواطنيها.

ويحذر تقرير التنمية فى "عام ٢٠٠٣" الذى يصدره البنك الدولى من أنه رغم الانخفاض الطفيف للنسبة المئوية للسكان الذين يعيشون فى فقر مدقع "أى الذين يعيشون على أقل من دولار واحد فى اليوم" إلا أن عددهم بلغ ١,٢ مليار نسمة فى نهاية القرن العشرين بنسبة ٢٠٪ من اجمالى سكان العالم البالغ حوالى ٦ مليارات نسمة، كذلك ترتفع نسبة الفقراء الذين يعيشون على أقل من دولارين فى اليوم الواحد إلى ٥٠٪ تقريبا من اجمالى سكان العالم "أى حوالى ٣ مليار نسمة" ومن الناحية الأخرى اتسعت ظاهرة عدم المساواة فى توزيع الدخول على مستوى العالم ، بل تضاعف فى الأربعين سنة الاخيرة الفارق بين متوسط الدخل فى أغنى ٢٠ دولة أفقر ٢٠ دولة، وبحيث وصل متوسط الدخول الآن فى هذه الدول



الأغنى حوال ٣٧ مثل متوسط الدخل في الدول الأفقر.

### جدول (١) : عدد السكان و الدخل القومي و التجارة الدولية للسلع فيمجموعة الدول السبع (عام ٢٠٠٣)

الدول	السكان (مليون نسمة)	الدخل القومي الاجمالي (بليون دولار )	دخل الفرد سنويا ( دولار )	الصادرات ( بليون دولار )	الواردات ( بليون دولار )
الولايات المتحدة الاميركية	٢٩١	١٠٩٤٦	٣٧٦١٠	٧٢٤	١٣٠٦
اليابان	١٢٧,٢	٤٣٩٠	٣٤٥١٠	٤٧٢	٣٨٣
ألمانيا	٨٢,٦	٢٠٨٥	٢٥٢٥٠	٧٤٨	٤٩٤
المملكة المتحدة	٥٩,٣	١٦٨٠	٢٨٣٥٠	٣٠٤	٢٨٨
فرنسا	٥٩,٧	١٥٢٣	٢٤٧٧٠	٣٨٥	٣٨٨
ايطاليا	٥٧,٦	١٢٤٣	٢١٥٦٠	٢٩٠	٢٨٩
كندا	٣١,٦	٧٥٧	٢٣٩٣٠	٢٧٢	٢٤٦
الاجمالي النسبة الي اجمالي العالم	٧٠٩ ٪١١,٣	٢٢٦٢٤ ٪٦٥,٦	٣١٩١٠	٣١٥٩ ٪٤٢,٧	٣٤٩٤ ٪٤٥,٨

و يتضح من جدول (١) ما يلي :-

١. الدول ذات الدخل الاكبر علي مستوي العالم و هم علي الترتيب

الولايات المتحدة الاميركية ، اليابان ، ألمانيا ، المملكة المتحدة ، فرنسا ، ايطاليا ، كندا.

٢. يتراوح دخل الفرد سنويا في هذه الدول ما بين ٣٧٦١٠ دولار كأعلي دخل في الولايات المتحدة الاميركية الي ٢١٥٦٠ دولار كأدني دخل في ايطاليا .

٣. تمثل هذه الدول فيما بينها "مجموعه السبعة" و التي تجتمع بشكل دوري للتمسيق فيما بينها بخصوص موقفها من كل ما يجري في العالم باعتبارها المحتكرة لقرايه ثلثي دخل العالم بأسره ، و اقل قليلا من نصف حجم تجارة العالم في السلع

يبليغ متوسط دخل الفرد في مصر حوالي ١٣٩٠ دولار سنويا إلا إنه نظرا لاختلاف مستويات الاسعار بين الدول المختلفة ، فإنه بحساب القوة الشرائية الحقيقية للدخل في مصر يرتفع متوسط دخل الفرد الحقيقي الي ٣٤٩٠ دولارا للفرد سنويا



### دور مصر الاقتصادي في أفريقيا حاليا لمواجهة تحديات العولمة :

تحرص مصر على إعادة ترتيب أولويات سياستها الخارجية، بما يعيد التوازن في علاقاتها التي كانت سائدة على صعيد كثير من القضايا والملفات، وفي مقدمتها العلاقات المصرية - الأفريقية، التي أتاح غياب مصر عنها لقوى أخرى فرصة التسلل إليها، وتهديد مصالحها بها.

وتتمثل الأهداف الإستراتيجية في استعادة الدور الاقتصادي لمصر في أفريقيا وذلك من خلال:-

أ- زيادة حجم التبادل التجاري بين مصر والدول الأفريقية

ب- زيادة حجم الاستثمارات المصرية في أفريقيا

ويمكن صياغة الإستراتيجية على النحو التالي: تهدف مصر إلى استعادة دورها الاقتصادي في أفريقيا من خلال زيادة حجم التبادل التجاري مع الدول الأفريقية وزيادة حجم الاستثمارات المصرية في أفريقيا استنادا إلى إقامة علاقات ثنائية قوية مع الدول الأفريقية والاستفادة من إنشاء منطقة التجارة الحرة مع التكتلات الاقتصادية الأفريقية تمهيدا لتحقيق التكامل وفقا للتخصص في الميزة النسبية فيما تملكه كل دولة من الدول الأفريقية، والتركيز على الفرص الاستثمارية الأكثر جذبا في أفريقيا والمتمثلة في قطاع الاتصالات وقطاع البنية التحتية وقطاع النقل وقطاع الخدمات ومنها الخدمات المالية.

### مدي غني أفريقيا بالموارد الطبيعية :

تعتبر أفريقيا من أغنى قارات العالم في الموارد الطبيعية مما يجعلها مصدرا هاما للموارد الأساسية التي تحتاج إليها الدول لتوفير احتياجات سكانها من المواد الاستهلاكية أو المواد الخام اللازمة لعمليات التصنيع والتي يمكن الحصول عليها بأسعار مناسبة . إن القارة الأفريقية غنية بثرواتها فهي تحمل فوق سطحها وتحت ثرواتها وإمكانات طبيعية وبشرية حيث تضم نحو ٢٦% من الأرض الصالحة للزراعة في العالم، ١٨% من مساحة الغابات، و ١٣% من المزارعين في العالم، وعلى الرغم من هذه الإمكانيات الزراعية ووجود اليد العاملة لكن إنتاجها الزراعي لا يتعدى ٥،٤% من الإنتاج العالمي . كما إن القارة غنية بثرواتها المعدنية فهي تنتج أكثر من نصف إنتاج العالم من الذهب وخمس إنتاجه من البلاتين، ومعظم إنتاجه من الماس وتحتوي على ٩٠% من الاحتياطي العالمي من الكروم وتنتج منه سنويا نحو ثلث الإنتاج العالمي . إلا أنها تعاني من نقص في الوقود ولكن يعوض ذلك إمكانيات ضخمة من القوى المائية تقدر بنحو ٢٣،١% من إمكانيات العالم . وتنتج أفريقيا من الفحم ما يقارب ٣% من إنتاج العالم، ويشكل الاحتياطي الإفريقي من الغاز الطبيعي نحو ١٠% من الاحتياطي العالمي، بينما يصل الاحتياطي من البترول نحو ١٥% من الاحتياطي العالمي .

### مستقبل مصر الاقتصادي من خلال أفريقيا :

تمثل القارة الأفريقية عمقا استراتيجيا لمصر لعوامل كثيرة منها العوامل الجغرافية والسياسية والتاريخية، كما تعد القارة الأفريقية سوقا ضخما ذا كثافة سكانية عالية تصل إلى ١،٢ مليار نسمة ولهذا فهي تعتبر منفذا مهما للصادرات المصرية حيث تؤكد المؤشرات الاقتصادية إمكانية مضاعفة معدلات التصدير المصرية كما ونوعا للسوق الأفريقية. وتعتبر الدول الأفريقية بشكل عام مصدرا للدعم السياسي في المحافل الدولية بالنسبة للقضايا التي تهم مصر على الصعيد العالمي. إضافة للأهمية الإستراتيجية التقليدية للقارة ككل بالنسبة لمصر إلا إن منطقة حوض النيل تحتل المكانة الإستراتيجية الأكثر أهمية لارتباطها بنهر النيل ذلك الشريان الذي تعتمد عليه مصر في توفير ٩٨% من احتياجاتها المائية.

ترتبط مصر مع الدول الأفريقية بمجموعة من الاتفاقات لتيسير التجارة والاستثمار على المستوى الثنائي و الإقليمي. فعلى المستوى الثنائي وقعت مصر مجموعة من الاتفاقات الثنائية مع العديد من الدول الأفريقية شملت: اتفاقيات لتيسير التجارة البينية، اتفاقيات لتشجيع وحماية الاستثمار، اتفاقيات للتعاون الفني، اتفاقيات لمنع الازدواج الضريبي. وعلى المستوى الإقليمي فإن مصر تشارك في تجمع الكوميسا، اتفاقية أغادير، تجمع الساحل والصحراء، النيباد. كما قامت مصر بتوقيع اتفاقية التجارة الحرة مع التجمعات الثلاث السادك، الكوميسا، الإياك.



وضع الاقتصاد المعرفي ومستوي التقدم التكنولوجي في أفريقيا حالياً :

- لقد أصبح اقتصاد المعرفة ضرورة اقتصادية وتنموية بشكل عام، بل وضرورة مؤكدة للتعامل مع الاقتصادات العالمية. وتعد أفريقيا لاعباً محدود الدور في الاقتصاد المعرفي العالمي، حيث إن هناك فجوة كبيرة بين مؤشرات الاقتصاد المعرفي في أفريقيا وبقية دول العالم؛ فإن نصيب أفريقيا من الاقتصاد المعرفي العالمي محدود، وهناك عدد من الدول الأفريقية التي حققت تقدماً في هذا المجال مثل جنوب افريقي وموريشيوس وسيشل والمغرب.
- تحاول أفريقيا الدخول إلى مجال التنمية التكنولوجية والعلمية والابتكارات، ولكن المؤشرات تدل على وضع محدود لأدائها في هذا المجال.

مؤشرات عن الاقتصاد المعرفي في أفريقيا

- يشير الاتجاه العالمي إلى أن خدمات تكنولوجيا الاتصالات تنمو بمعدل سريع، تليها منتجات برامج الكمبيوتر.
- في معظم دول القارة يظل القطاع العام أكثر مستخدم لتكنولوجيا الاتصالات والمعلومات. وباستثناء دولة جنوب أفريقيا فإن قطاع الصناعة والقطاع المالي أكثر مستهلكين لتكنولوجيا الاتصالات.
- تعد جنوب أفريقيا أكبر سوق لتكنولوجيا الاتصالات والمعلومات في القارة، تليها دول الشمال الأفريقي.
- يكمن الأمل في إدراك الحكومات الأفريقية لضرورة وضع السياسات التي يمكن أن تساعد في التغلب على بطء الاتصال بالاقتصاد المعرفي العالمي.
- تقوم حكومات أفريقية عديدة حالياً بصياغة السياسات الوطنية لتكنولوجيا المعلومات، وتطوير المبادرات الإقليمية؛ وذلك لتمكين المناخ الاقتصادي، وسياسات التحرير الناشئة في القارة.
- هناك عدداً من الفرص تنتظر أفريقيا، وقد يحالفها الحظ وتتبع الاتجاه العالمي، كما أن هناك عدداً من التحديات وأوجه القصور التي تواجه القارة.
- وقد يمثل ذلك دافعاً لها للوصول إلى مستقبل أفضل، ويُنذِر صانعي القرار بأن هناك الكثير من الأمور التي لا بد من الاهتمام بها والتركيز عليها .



## اسئلة الفصل السادس

قارن بين :

١- العلاقات الاقتصادية الداخلية و الخارجية .

٢- ميزان التجارة المنظورة و غير المنظورة .

١. بم تفسر .....؟

١. تمثل الاستثمارات المباشرة اهم صور انتقالات رؤوس الاموال.

٢. سوء توزيع الدخل علي مستوى العالم .

٣. اختلاف رؤوس الاموال علي حسب دوافعها .

" لقد اصبح مفهوم العولمة خاصة في مجال الاقتصاد من المفاهيم التي تسود العالم بأسره ، و قد صاحب ظهور هذا المفهوم عدة متغيرات في هياكل الانتاج العالمي ، كما فرضت تلك المتغيرات تحديات او متطلبات ينبغي أن تهتم بها الدول خاصة النامية .

في ضوء الفقرة السابقة صنف العبارات التالية الي :

أ- عبارات تمثل متغيرات مصاحبة لعملية العولمة .

ب- عبارات تمثل متطلبات ينبغي الوفاء بها لمواكبة العولمة .

١- تطوير التعليم ينبغي ان يتجه نحو الكم والكيف

٢- لا بد من تحقيق التكامل بين اقتصاديات الدولة سواء على المستوى الثنائي أو الجماعي.

٣- لقد حدث العديد من التحويلات في هياكل الانتاج.

٤- لقد زادت حركة رؤوس الأموال بين الاسواق المختلفة.

٥- تتعرض السلع المنتجة محليا إلى المنافسة الشديدة من السلع المستوردة.

٦- هناك ثورة في مجال الإنتاج الزراعي والصناعي

٧- هناك منافسة شديدة على مستوى الأفراد والمجتمعات في مجال التعليم والعمل والانتاج.







## المواصفات الفنية:

٤٨١/٢٠/٣/٣٣/٣/٢٧	رقم الكتاب:
$\frac{1}{8}$ (٨٢ × ٥٧) سم	مقاس الكتاب:
٤ لون + ١ لون	طبع المتن:
٤ ألوان	طبع الغلاف:
٧٠ جم أبيض	ورق المتن:
١٨٠ جم كوشيه	ورق الغلاف:
١٩٢ صفحة	عدد الصفحات بالغلاف:

<http://elearning.moe.gov.eg>

الأشراف برنتنج هاوس